“Cuadernillo de actividades”

Docentes desarrolladores:

Amado Cornejo Rosales

Módulo:

Análisis Integral de Funciones

QUINTO SEMESTRE

Nombre del Alumno y Grupo:

conalep

módulo de formación Básica

CONTENIDO

conalep

conalep módulo de formación Básica

PROPÓSITO DEL MÓDULO

ANÁLISIS INTEGRAL DE FUNCIONES

Calcular magnitudes físicas, químicas, probabilísticas o de población mediante la aplicación de técnicas de integración indefinida y definida, para implementar soluciones de modelos matemáticos en contextos diversos.

www.pixabay.com

Ilustración: ale del ángel

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

Evaluación Diagnóstica del módulo
Análisis Derivativo de funciones.

Instrucciones: Contesta la siguiente Evaluación Diagnóstica, cuyo objetivo es conocer el dominio del módulo que precede al presente.

En cada caso realiza lo que se te indica.

Calcula los siguientes límites

$$\lim_{x\to 2} \sqrt{4x+1}$$

$$\lim_{x\to -1} 3x^2 - 5x + 7$$

$$\lim_{x\to -6} \frac{x^2-36}{x+6}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^3-1}{x^2-1}$$

$$\lim_{x\to \infty} \frac{2x^2-5x+3}{x^2+7}$$

Calcula la derivada de las siguientes funciones

$$f(x) = 5x^3 - 8x^2 + 9x - 1$$

$$g(x) = (x^3 + 2x)^3$$

$$h(x) = (3x-5)(4x+9)$$

$$p(x) = \frac{x^2+5x-1}{x^2-8}$$

$$q(x) = \sqrt{(-x+3)^3}$$

$$m(x) = 2x^{-3} + \frac{1}{3}\sqrt{x} - \frac{4}{x^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$$

DOSIFICACIÓN DEL PROGRAMA

Unidad de Aprendizaje (Contenido central)	Aprendizajes esperados	Resultado de aprendizaje	Habilidades socioemocionales (HSE)*
1. Determinación del área bajo la curva de una función. **26 Horas**	• Aproximan el área bajo una curva mediante rectángulos inscritos, se mide o calcula el área de estos y se estima el valor del área bajo la curva.	**1.1** Cálculo de la aproximación del área del modelado de una situación por gráfica y simulador. **12 horas**	Fichas de HSE de la Dimensión *Elige T - Toma de decisiones*.
	• Comparan los resultados de diversas técnicas de aproximación.		
	• Acotan el valor del área bajo la curva, aproximado por exceso y por defecto. Usan ambos métodos de aproximación: rectángulos y trapecios.		
	• Calculan el área debajo de curvas conocidas, como gráficas de funciones lineales, cuadráticas y cúbicas entre dos límites de integración.	**1.2** Cálculo de aproximación de áreas en funciones algebraicas y en funciones trigonométricas. **14 horas**	
	• Interpretan por extensión o generalización, el área bajo la curva de gráficas de funciones trigonométricas básicas (seno y coseno).		
2. Determinación de la integral indefinida. **30 Horas**	• Encuentran la antiderivada de funciones elementales (polinomiales).	**2.1** Cálculo de la antiderivada mediante la propuesta de polinomios que retome el cálculo de áreas en la definición de integral definida. **14 horas**	Fichas de HSE de la Dimensión *Elige T - Toma de decisiones*.
	• Reconoce el significado de la integral definida con el área bajo la curva.		
	• Descubren relaciones inversas entre derivación e integración: "Si de una función se obtiene su derivada, qué obtengo si de esta derivada encuentro su antiderivada".	**2.2** Cálculo de la integral indefinida de funciones polinomiales, trascendente y su relación inversa con la derivada. **16 horas**	
	• Interpretar por extensión o generalización la integral indefinida de funciones polinomiales y trigonométricas básicas (seno y coseno).		
3. Aplicación de la integral definida. **34 Horas**	• Utilizan técnicas para la antiderivación de funciones conocidas.	**3.1** Evalúa la integral definida de acuerdo a los Teoremas fundamentales del Cálculo. **16 horas**	
	• Obtienen la integral indefinida de una función dada.		
	• Visualizan la relación entre área e integral definida.	**3.2** Aplica la integral en diversas situaciones de otras ciencias. **18 horas**	
	• Calculan la antiderivada de funciones trigonométricas básicas.		
	• Utilizan sucesiones y límites para obtener integrales definidas.		

www.pixabay.com

Unidad y Resultados de Aprendizaje

Determinación del área bajo la curva de una función

UNIDAD 1

1.1 Cálculo de la aproximación del área del modelado de una situación por gráfica y simulador.

1.2 Cálculo de aproximación de áreas en funciones algebraicas y en funciones trigonométricas.

<< 1.1 CÁLCULO DE LA APROXIMACIÓN DEL ÁREA DEL MODELADO DE UNA SITUACIÓN POR GRÁFICA Y SIMULADOR >>

¿QUÉ ESTUDIAREMOS EN ESTE MÓDULO?

Su nombre: Análisis Integral de Funciones.

Es cierto, el nombre no dice mucho, o tal vez nada, pero trataré de explicártelo.

En la literatura habitual de cualquier curso de matemáticas le llamaríamos "Cálculo Integral" y este es una rama del Cálculo.

HISTORIA DEL CÁLCULO INTEGRAL

El origen del cálculo integral se remonta a la época de Arquímedes (287-212 a.C.), matemático griego de la antigüedad, que obtuvo resultados tan importantes como el valor del área encerrada por un segmento parabólico. La derivada apareció veinte siglos después para resolver otros problemas que en principio no tenían nada en común con el cálculo integral. El descubrimiento más importante del cálculo infinitesimal (creado por Barrow, Newton y Leibniz) es la íntima relación entre la derivada y la integral definida, a pesar de haber seguido caminos diferentes durante veinte siglos. Una vez conocida la conexión entre derivada e integral (teorema de Barrow), el cálculo de integrales definidas se hace tan sencillo como el de las derivadas.

USOS DEL CÁLCULO INTEGRAL

El cálculo integral, se usa en diversos campos de trabajo, o en la misma Vida y nosotros ni siquiera nos damos cuenta de este hecho.

En el campo de las construcciones, los arquitectos, ingenieros y profesionales de estas áreas usualmente emplean la integral para obtener el área de superficies irregulares.

También el cálculo integral lo utilizan los administradores cuando trabajan con los costos de una empresa. Al tener el costo marginal de producción de un producto, pueden obtener la f6rmula de costo total a través de integrales.

El cálculo Integral, aunque suene extraño de creer, también se utiliza en medicina para encontrar el ángulo de ramificación optimo en los vasos sanguíneos para maximizar el flujo.

Por su parte, en lo que es Informática y computación, se utiliza en la fabricación de chips; miniaturización de componentes internos; administración de las compuertas de los circuitos integrados; compresi6n y digitalización de imágenes, sonidos y videos; investigación sobre inteligencias artificiales.

<< RESUELVE EJERCICIOS DE EVALUACIÓN DE FUNCIONES>>

¿Cómo evaluar una función?

Para evaluar la función f en un número, sustituimos el número por X (variable independiente) en la definición de f.

Veamos el siguiente ejemplo:

Evaluar la función f en los siguientes valores: f(0) ; f(1) ; f(2); sabiendo que f (x)= $x^2 - 1$

$f(x) = x^2 - 1$	$f(x) = x^2 - 1$	$f(x) = x^2 - 1$
$f(0) = (0)^2 - 1$	$f(1) = (1)^2 - 1$	$f(2) = (2)^2 - 1$
$f(0) = 0 - 1$	$f(1) = 1 - 1$	$f(2) = 4 - 1$
$f(0) = -1$	$f(1) = 0$	$f(2) = 3$

- Figura 1 -

DIFERENCIAL

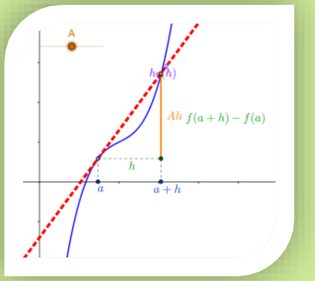
El diferencial puede ser interpretado de muchas maneras, sin embargo en el concepto geométrico podemos definir al diferencial como la elevación o aumento de la tangente desde el punto en que se toma el diferencial.

Interpretación geométrica

Además de evaluar el valor de una función en cierto punto, también es esencial que evaluemos la variación en el valor de la función a medida que la entrada de la función varía.

Esto se conoce como la pendiente de la recta en el caso de una recta lineal. Mientras que para una recta curva, la pendiente de la recta varía en cada punto.

Esto significa que para una línea recta / función lineal se obtiene un número constante como su pendiente. Mientras que para una recta curva la pendiente es una función del valor de entrada de la función.



Geogebra
- Figura 2-

APLICO

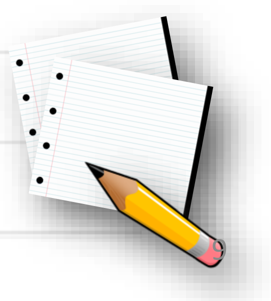
Actividad 1: Aplica lo aprendido

“Evaluación de funciones”

Actividad diseñada por el docente

Ahora inténtalo tu.
Hallar el valor de f(3), f(-2), f(-1) & f(a+1)
Sabiendo que la función es $f(x) = \frac{x^2}{x+2}$

Aquí tienes un espacio para realices tu actividad



DIFERENCIAL

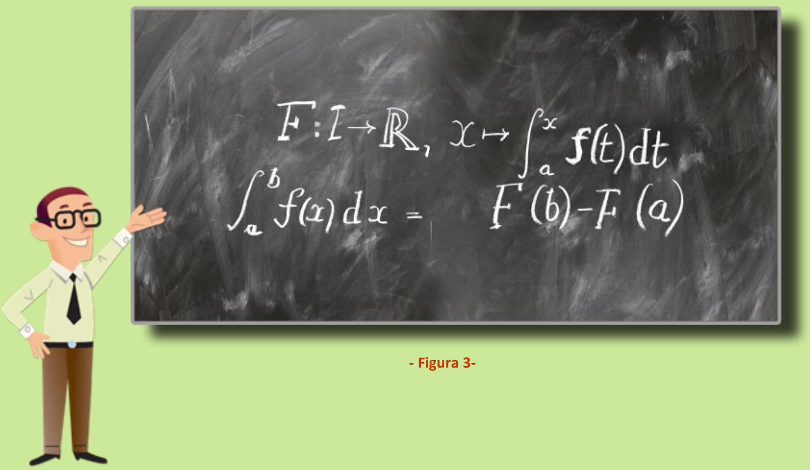
Definición de la diferencial de la variable dependiente e independiente.

La derivada de una función es el cociente de dos diferenciales:

$$\boldsymbol{y' = \frac{dy}{dx}}$$

Luego la diferencial de la variable dependiente es el producto entre la derivada y la diferencial de la variable independiente.

$$\boldsymbol{dy = y'\,dx}$$



- Figura 3-

<< RESUELVE EJERCICIOS DE DIFERENCIALES>>

Resolveremos un ejercicio de diferenciales.

Dada la función $y = x^2 + 2x - 5$, calcula la diferencial de "y"

El primer paso es calcular la derivada de la función con respecto a la variable "y".

$$\frac{dy}{dx} = 2x + 2$$

El siguiente paso será "pasar multiplicando el denominador del lado Izquierdo al lado derecho.

$$dy = (2x + 2)dx$$

Sencillo ¿verdad?

Lo único que hay que hacer es calcular la derivada de la función y después pasar multiplicando la dx

APLICO

Actividad 2: Aplica lo aprendido

“Diferencial de una función”

Ahora inténtalo tu.
De la lista de funciones que tienes a continuación, halla la diferencial de cada una de ellas.

$y = -7$

$y = 4\pi^3$

$y = x$

$y = x^8$

$y = 2x^5$

$y = x^3$

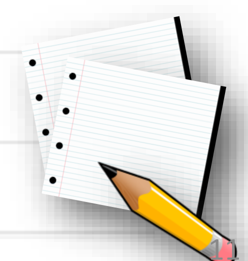
$y = 7x$

$y = 3x^2 - 5x + 1$

$y = \frac{2}{x}$

$y = -\frac{6}{x^3}$

Aquí tienes un espacio para realices tu actividad



<< Resuelve ejercicios de diferenciales parte II>>

Resolveremos otros ejercicios pero ahora con funciones trascendentes.

Dada la función $y = 8\sin 5x$, calcula la diferencial de "y"

El primer paso es calcular la derivada de la función con respecto a la variable "y".

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(8sen5x) = 8\frac{d}{dx}(sen5x) =$$

$$8\cos 5x\frac{d}{dx}(5x) =$$

$$8\cos 5x(5) = 40\cos 5x$$

El siguiente paso será "pasar multiplicando el denominador del lado Izquierdo al lado derecho.

$$dy = 40\cos 5x\, dx$$

Como te diste cuenta, lo único que hay que hacer es calcular la derivada de la función y después pasar multiplicando la dx

Resolveremos otro, ve siguiendo cada paso y trata de entender el porqué de cada uno de ellos.
Dada la función $f(x) = \log(3x-5)$
Encuentra su diferencial.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\log(3x-5) = \frac{1}{3x-5}\frac{d}{dx}(3x-5) =$$

$$\frac{1}{3x-5}(3) = \frac{3}{3x-5}$$

Ya teniendo la derivada ahora solo pasamos multiplicando la "dx"

$$dy = \frac{3}{3x-5}dx$$

¿Qué es una función trascendente?

En las funciones trascendentes la variable independiente figura como exponente, o como índice de la raíz, o se halla afectada del signo logaritmo o de cualquiera de los signos que emplea la trigonometría.

Entre ellas se encuentran las funciones:
Trigonométricas
Trigonométricas inversas
Exponenciales
Logarítmicas

Algunos ejemplos de funciones trascendentes:

$$y = sen2x$$
$$y = \tan(3x+5)$$
$$y = \log(x^2+3)$$
$$y = e^{x+3}$$
$$y = 2^{5x-1}$$
$$y = x^x$$

COMPRENDO

<< Tabla de fórmulas de derivación>>

Antes necesitas recordar algunas fórmulas de derivación que ya estudiaste el semestre pasado.

1. $\frac{d}{dx}c = 0$
2. $\frac{d}{dx}x = 1$
3. $\frac{d}{dx}cv = c\frac{dv}{dx}$
4. $\frac{d(u+v+w)}{dx} = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx} + \frac{dw}{dx}$
5. $\frac{d(x^n)}{dx} = nx^{n-1}$
6. $\frac{d}{dx}v^n = nv^{n-1}\frac{dv}{dx}$
7. $\frac{d}{dx}(uv) = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$
8. $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}$

Esta tabla es importante que la tengas
- Figura 4 -

- $\frac{d(\sin v)}{dx} = \cos v \frac{dv}{dx}$
- $\frac{d(\cos v)}{dx} = -\sin v \frac{dv}{dx}$
- $\frac{d(\tan v)}{dx} = \sec^2 v \frac{dv}{dx}$
- $\frac{d(\cot v)}{dx} = -\csc^2 v \frac{dv}{dx}$
- $\frac{d(\sec v)}{dx} = \sec v \tan v \frac{dv}{dx}$
- $\frac{d(\csc v)}{dx} = -\csc v \cot v \frac{dv}{dx}$
- $\frac{d(\arcsin v)}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}} \frac{dv}{dx}$
- $\frac{d(\arccos v)}{dx} = \frac{-1}{\sqrt{1-v^2}} \frac{dv}{dx}$
- $\frac{d(\arctan v)}{dx} = \frac{1}{1+v^2} \frac{dv}{dx}$
- $\frac{d(\text{arccot } v)}{dx} = \frac{-1}{1+v^2} \frac{dv}{dx}$
- $\frac{d(\text{arcsec } v)}{dx} = \frac{1}{v\sqrt{v^2-1}} \frac{dv}{dx}$
- $\frac{d(\text{arccsc } v)}{dx} = \frac{-1}{v\sqrt{v^2-1}} \frac{dv}{dx}$
- $\frac{d(\ln v)}{dx} = \frac{1}{v} \frac{dv}{dx}$
- $\frac{d(\log_a v)}{dx} = \frac{\log_a e}{v} \frac{dv}{dx}$
- $\frac{d(a^v)}{dx} = a^v \ln a \frac{dv}{dx}$
- $\frac{d(e^v)}{dx} = e^v \frac{dv}{dx}$

Fórmulas de funciones trascendentes
- Figura 5 -

APLICO

Actividad 3: Aplica lo aprendido

"Diferencial de una función"

Ahora calcula diferenciales de funciones trascendentes.
De la lista de funciones que tienes a continuación, halla la diferencial de cada una de ellas.
Nota: apóyate de las fórmulas de la página anterior

$y = (2x - 1)^3$

$y = 4(3x^2 + 7)^5$

$y = 4\ sen\ 6x$

$y = \cos x^6$

$y = 5 \tan 3x^3$

$y = \ln 5x$

$y = \ln x^6$

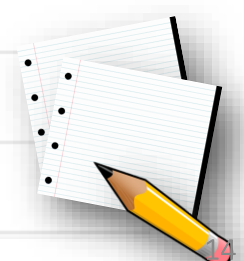
$y = \log(3x + 2)$

$y = \log x^4$

$y = 6^{3x}$

$y = e^{x^2}$

Aquí tienes un espacio para realices tu actividad



COMPRENDO

<< Aproximaciones>>

AQUÍ TIENES UN PAR DE EJEMPLOS DE APLICACIÓN.

Obtén una aproximación al área de un cuadrado cuya longitud de sus lados varía de 5 a 5.2 cm.

Recordando que el área de un cuadrado de lado l está dada por la fórmula $A = l^2$.
Calculando la diferencial de la fórmula anterior se tiene:

$$dA = (2l)dl$$

El área es una variable dependiente dela longitud del lado del cuadrado.

$$dl = 5.2 - 5 = 0.2\text{cm}$$

Sustituyendo en la ecuación diferencial obtenida:

$$dA = (2)(5cm)(0.2cm) = 2\ cm^2$$

Entonces:
Cuando la longitud del lado del cuadrado aumenta 0.2 cm, el área aumenta: $2\ cm^2$

Veamos otro ejemplo:

¿Cuánto variará el área de un círculo si se aumenta el radio de 10 a 12.5 cm?

No olvidar que el área de un círculo se obtiene con la fórmula $A = \pi r^2$

Ten en cuenta que π es una constante y por tanto no interviene en la diferenciación.
De manera similar al ejemplo anterior el área es una función del radio.
Calculando la diferencial: $dA = (2\pi r)dr$

En este caso:

$$dl = 12.5 - 10 = 2.5\ cm$$

Sustituyendo en la ecuación diferencial obtenida:

$$dA = (2\pi)(10cm)(2.5cm) = 157.07\ cm^2$$

Concluimos que:
Cuando la longitud del radio de la circunferencia aumenta 2.5 cm, el área aumenta: $157.07\ cm^2$

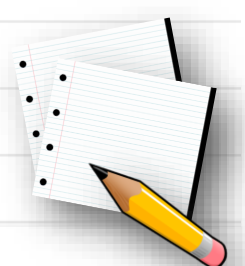
Actividad diseñada por el docente

Actividad 4: Aplica lo aprendido

"Aproximaciones"

Encuentra el valor aproximado del aumento en el área de una pompa de jabón cuando su radio aumenta de 2 cm a 2.015 cm. Recuerda que el área de una esfera se calcula con la fórmula: $A = 4\pi r^2$

Aquí tienes un espacio para realices tu actividad



<< Estimación de errores>>

EJEMPLO DE APLICACIÓN.

La medida del lado de un cubo es 12 cm con un posible error de 0.01 cm. Empleando diferenciales encuentra el valor aproximado al calcular el volumen.

El volumen de un cubo se obtiene por medio de la ecuación $V = l^3$

Es siempre importante identificar cual es la variable dependiente y cuál o cuales son las independientes.

En este caso V es la variable dependiente y la independiente es l.

Derivando V con respecto a la variable l y después diferenciando, tenemos:

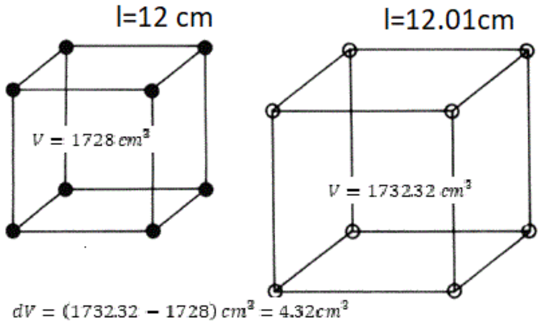
$$\mathrm{d}V = 3l^2 dl$$

Se ubican los valores de $l = 12\ cm$ y $\mathrm{d}l = 0.01\ cm$

Ahora solo resta sustituir:

$$\mathrm{d}V = 3(12)^2(0.01cm) = 4.32\ cm^3$$

Esto quiere decir que si tenemos un error 0.01 cm, el error el volumen es 4.32 cm^3



- Figura 8 -

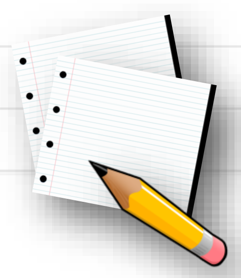
Actividad 5: Aplica lo aprendido

"Estimación de errores"

Se midió el lado de un cuadrado y se encontró que es de 5 cm., con un posible error de medición de 0.01 cm. Usa diferenciales para encontrar una aproximación en el error del área del cuadrado.

Usa diferenciales para aproximar el aumento en el volumen de un cubo si sus lados aumentan de 7 cm. a 7.2 cm.

Aquí tienes un espacio para realices tu actividad



Se construyó una alberca de 25 metros de largo por 10 metros de ancho y 1.6 metros de profundidad, si en la construcción se cometió un error y la alberca mide 10.5 metros de ancho. Usando diferenciales encuentra el aumento en el volumen de la alberca. ¿Cuántos litros adicionales de agua serán necesarios para llenarla?

Toma en cuenta que: $1\,m^3 = \mathbf{1000\ litros}$

Aquí tienes un espacio para realices tu actividad

¿SABÍAS QUÉ?

La controversia del cálculo Newton vs Leibniz

Uno de ellos murió prácticamente solo y a su funeral no fue más que su mayordomo, el otro fue enterrado como un rey en la Abadía de Westminster. ¿Adivináis cada cuál?

Si hablamos de Cálculo tenemos que mencionar a Gottfried Leibniz e Isaac Newton, en ese orden. A Leibniz le debemos la nomenclatura de casi todo el Análisis que vemos en la etapa Secundaria, el matemático alemán puso un alfabeto al mundo del estudio de funciones. Newton coincidió en tiempo y, por tanto, en algunos avances con Leibniz, pero siendo un científico que estaría en el Top 3 de los científicos de la Historia, no le daremos el trono del cálculo. Newton, además de hacerle la vida muy difícil a Leibniz, publicó su obra *Principia*, el 5 de julio de 1687, un punto de inflexión en la historia de la ciencia, y rivalizó por el trono del cálculo matemático. Newton alegaba que algunos de los métodos que proponía Leibniz los conocía y enseñaba anteriormente, sin haberlos publicado. Tuvieron una gran rivalidad que podría como el Madrid-Barça de final de siglo XVII, una guerra científica conocida como "la Controversia del Cálculo". Lo cierto es que Leibniz creó antes que nadie una notación formal de lo que llamaríamos funciones, derivadas, límites, sumatorios, integrales, etc. en la obra Calculus (1684). Desde ese año, su relación con Newton y todas las relaciones en general no volvieron a ser iguales.

El alemán fue el primero, con su obra Calculus (1684), pero Sir Isaac Newton no estaba conforme con dicho hallazgo. Newton, y sus fieles pupilos, reclamaban que lo que Leibniz proponía había sido estudiado anteriormente por los ingleses. Newton y Leibniz fueron protagonistas de unos de los litigios más lamentables en la historia de las Matemáticas: la paternidad del cálculo. Se acusaron de plagio, se descalificaron, hasta se fracturaron las relaciones de las matemáticas británicas con el continente, y aquello duraría casi dos siglos. Ambos rivalizaron por la autoría, pero hay que decir que uno tenía una gran ventaja. Newton tenía un gran prestigio, y un gran posicionamiento académico y político, y lo aprovechó para castigar a sus rivales. Leibniz sufrió las consecuencias de ese poder, y no tuvo un reconocimiento en su época.

<< 1.2 Cálculo de la aproximación del área del modelado de una situación por gráfica y simulador >>

Graficación e interpretación de funciones

Objetivo general: Conocer el procedimiento para graficar funciones algebraicas para aplicarlo en el cálculo de áreas bajo la curva.

Objetivo específico: Utilizar la tabla de tabulación para encontrar los puntos a utilizar en la graficación de una función.

Cuando se tiene que realizar la gráfica de una función lo primero que se debe hacer es realizar la tabla de tabulación en donde en la primera columna se proponen los valores de “x” a utilizar y los valores de “Y” los encontrarás sustituyendo cada valor de “x” en la función.

Ejemplo: Se tiene la siguiente función:

$$f(x) = -x^2 + 4x$$

Proponemos valores para “x” que es la variable independiente, generalmente serán de -2 a 2, pero eso aunque es completamente arbitrario, se recomienda que sean pocos valores, que sean pocos y además, valores positivos y negativos, siempre y cuando el dominio de la función lo permita.

Por cierto, ese concepto (dominio) ya lo viste en un curso anterior.

La tabla propuesta quedaría de la siguiente manera:

x	$-x^2 + 4x$
-2	
-1	
0	
1	
2	

- Figura 9 -

El paso siguiente será llenar la tabla, lo cual será de la siguiente manera:

El primer valor propuesto para “x” es -2, ese valor será sustituido en la función para encontrar la “y” que le corresponde a ese valor.

$$\boldsymbol{f(-2) = -(-2)^2 + 4(-2) = -4 + (-8) = -4 - 8 = -12}$$

$$\boldsymbol{f(-1) = -(-1)^2 + 4(-1) = -1 + (-4) = -1 - 4 = -5}$$

Así sucesivamente, te invito a continuar con el ejercicio.

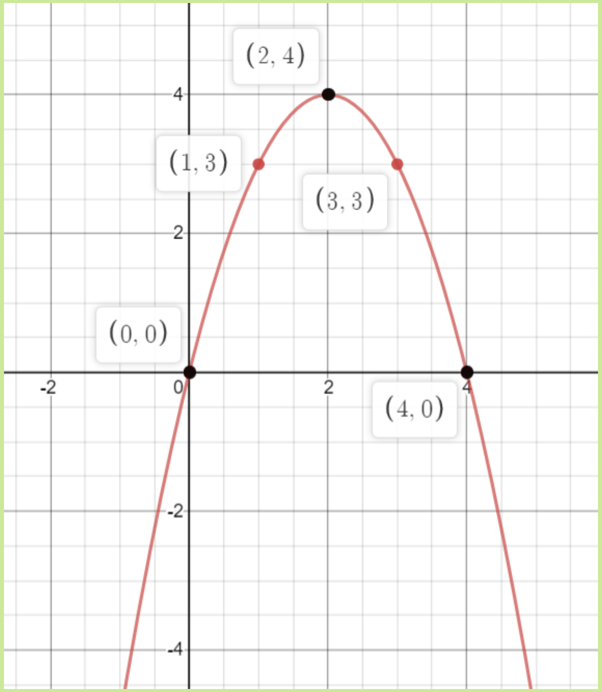
Al final la tabla terminada quedará de la siguiente manera:

x	$-x^2 + 4x$
-2	-12
-1	-5
0	0
1	3
2	4

- Figura 10 -

<< Continuación>>

Una vez que ya tenemos completa la tabla, lo siguiente es graficar cada uno de los puntos en un plano cartesiano y para este caso quedará de la siguiente manera:



- Figura 11 -

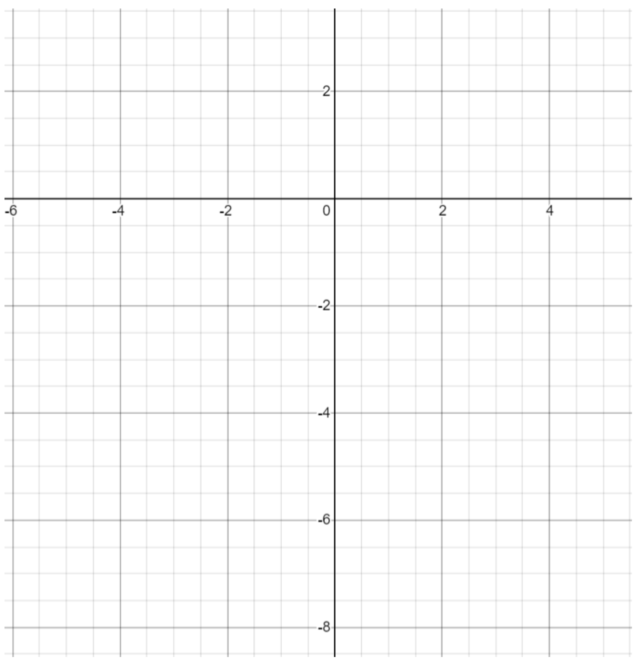
APLICO

Actividad 6:

Ahora te corresponde intentarlo:
Dada la función $f(x) = x^2 + 3x - 4$

a) Elabora la tabla de tabulación en donde a “x” le asignarás valores de -4 a 2.
b) Para cada valor de “x” lo sustituyes en la función para encontrar el correspondiente valor de “y”
c) Finalmente graficas los puntos en un plano cartesiano para después unirlos mediante una curva “suave”

Une los puntos y dibujas tu gráfica aquí:



- Figura 13 -

Ahora en tu cuaderno, sigue las mismas instrucciones con las funciones de los incisos:

a) $f(x) = 2x - 5$
b) $f(x) = x^2 + 3x$
c) $f(x) = -x^2 - 2x + 3$

<< La integral definida como el límite de una suma de Riemann >>

La integral definida como el límite de una suma de Riemann

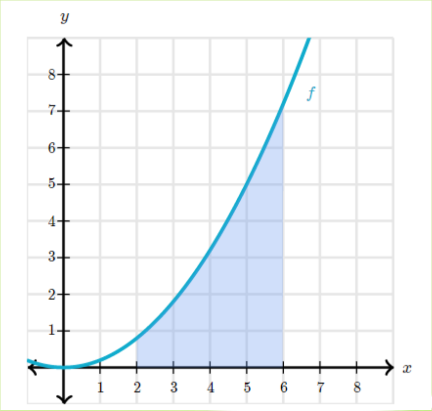
Las sumas de Riemann nos ayudan a aproximar integrales definidas, y también nos ayudan a definirlas formalmente. Aprende cómo se logra esto y cómo podemos movernos entre la representación del área como integral definida y como suma de Riemann.

Las integrales definidas representan el área bajo la curva de una función, y las sumas de Riemann nos ayudan a aproximar esas áreas. La pregunta es: ¿hay una manera de encontrar el valor exacto de una integral definida?

Sumas de Riemann con un número "infinito" de rectángulos

Imagina que queremos encontrar el área bajo la gráfica de

$$f(x) = \frac{1}{5}x^2 \text{entre } x = 2 \text{ y } x = 6$$



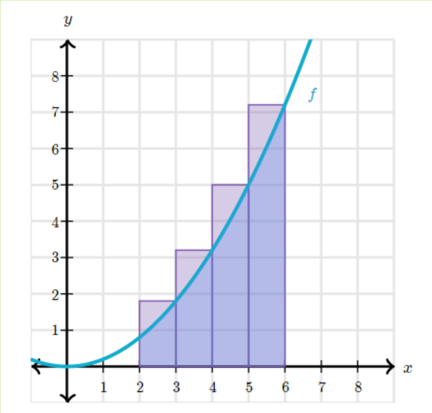
- Figura 16 -

Usando la notación de integral definida, podemos representar el área exacta como:

$$\int_2^6 \frac{1}{5}x^2 dx$$

Podemos aproximar esta área mediante sumas de Riemann. Sea R(n) la aproximación por suma de Riemann derecha con n subdivisiones (es decir, n rectángulos de ancho igual).

Por ejemplo, la gráfica muestra R(4) Puedes observar que este número de rectángulos una sobrestimación del área real.



- Figura 17-

El área bajo la curva se aproxima por medio de cuatro rectángulos de bases iguales.

Por supuesto, usar aún más rectángulos nos acercará aún más al área real, pero una aproximación siempre es solo una aproximación.

COMPRENDO

<< La integral definida como el límite de una suma de Riemann (continuación) >>

Qué tal que pudiéramos considerar una suma de Riemann con un número infinito de subdivisiones iguales? ¿Acaso es eso posible? Bueno, no podemos tomar $n = \infty$ porque el infinito no es un número, pero tal vez recuerdes que tenemos una forma de llevar algo a infinito...

¡Límites!

Específicamente, este límite:

$$\lim_{n\to\infty} R(n)$$

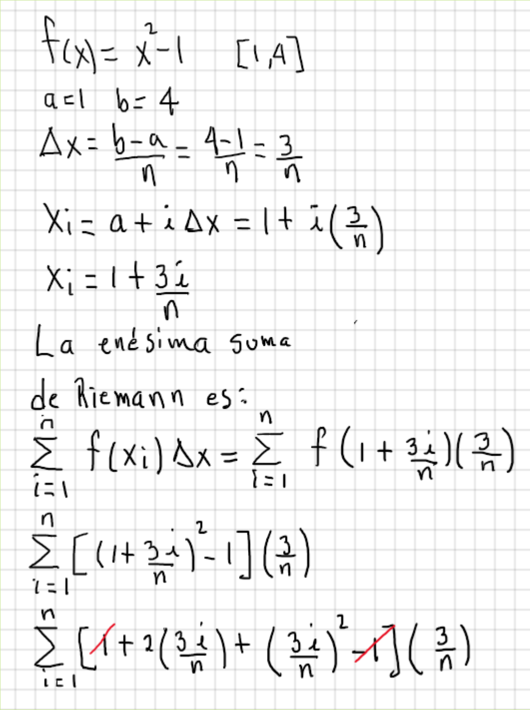
Hecho increíble #1: este límite realmente nos da el valor exacto de

$$\int_2^6 \frac{1}{5}x^2dx$$

Hecho increíble #2: no importa si consideramos el límite de una suma de Riemann derecha, de una suma de Riemann izquierda o de cualquier otra aproximación común. En infinito, siempre obtendremos el valor exacto de la integral definida.

Para entender mejor todo lo anterior verás como aplicarlo a un ejemplo.

Utilizando sumas de Riemann encontrar el área limitada por la función $f(x) = x^2 - 1$, el eje "x" y el intervalo $[1,4]$



- Figura 18-

<< (continuación) >>

$$\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{6i}{n}+\frac{9i^2}{n^2}\right]\left(\frac{3}{n}\right)$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{18i}{n^2}+\frac{27}{n^3}\cdot i^2\right)$$

$$\frac{18}{n^2}\sum_{i=1}^{n} i+\frac{27}{n^3}\sum_{i=1}^{n} i^2$$

$$\frac{18}{n^2}\ \frac{n(n-1)}{2}+\frac{27}{n^3}\ \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\frac{9(n+1)}{n}+\frac{9}{2}\ \frac{(n+1)(2n+1)}{n^2}$$

$$\frac{9(n+1)}{n}+\frac{9}{2}\ \frac{(n+1)}{n}\ \frac{(2n+1)}{n}$$

Ahora calculamos el límite

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$$

- Figura 19-

Finalmente:

$$\lim_{n\to\infty}\left[\frac{9(n+1)}{n}+\frac{9}{2}\ \frac{(n+1)}{n}\ \frac{(2n+1)}{n}\right]$$

$$=9(1)+\frac{9}{\cancel{2}}(1)(\cancel{2})$$

$$=9+9$$

$$=18u^2$$

Por lo tanto, el área buscada es $18u^2$

- Figura 20-

Actividad extraída de la Guía Pedagógica de Conalep

APLICO

Actividad 7:

“Suma de Riemann”

Ahora intenta resolver los siguientes ejercicios basándote en el ejemplo anterior:

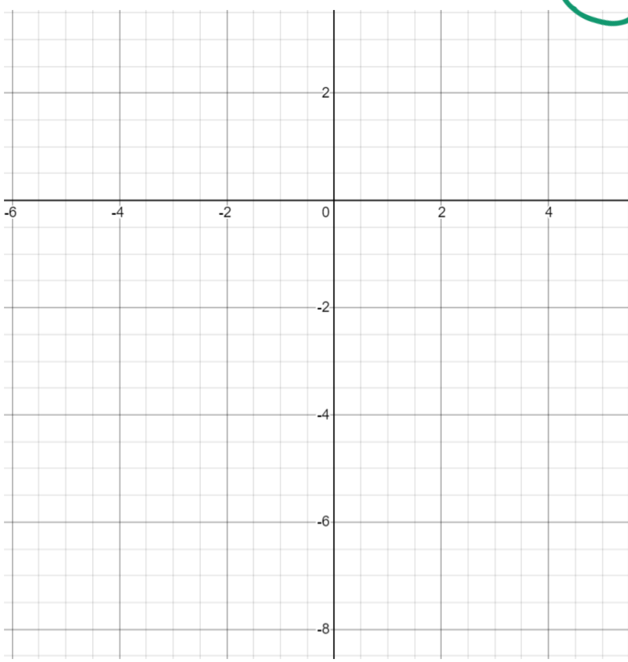
Instrucciones: Utilizando sumas de Riemann, encuentre el área limitada por la función y el eje “x” en el intervalo señalado.

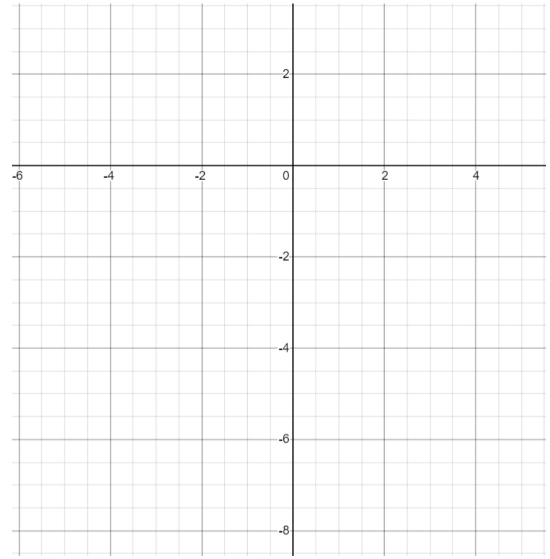
a) $f(x) = 2x - 1; intervalo\ [2,5]$

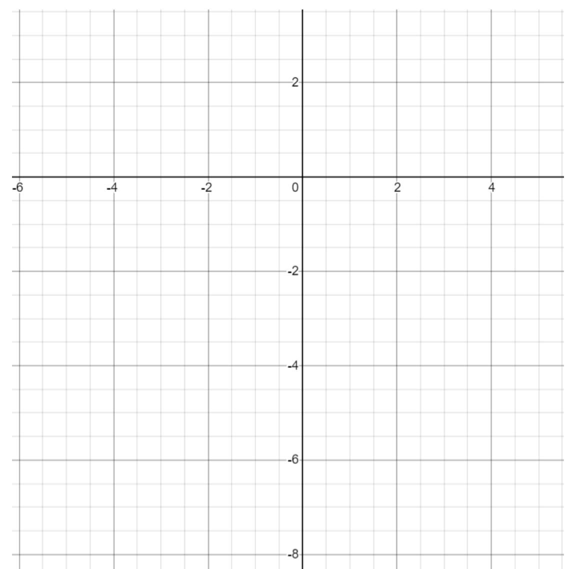
b) $f(x) = 3x + 4; intervalo\ [0,3]$

c) $f(x) = x^3; intervalo\ [-2,2]$

Actividad extraída de la Guía Pedagógica de Conalep







Unidad y Resultados de Aprendizaje

Determinación de la integral indefinida

UNIDAD 2

2.1 Cálculo de la antiderivada mediante la propuesta de polinomios que retome el cálculo de áreas en la definición de integral definida.

2.2 Cálculo de la integral indefinida de funciones polinomiales, trascendente y su relación inversa con la derivada.

<< 2.1 Cálculo de la antiderivada mediante la propuesta de polinomios que retome el cálculo de áreas en la definición de integral definida >>

Cálculo de antiderivadas

Pensemos en las siguientes funciones:

$f(x) = x^2 + 5\,;\quad f(x) = x^2 - 200\,;$

$f(x) = x^2\,;\quad f(x) = x^2 + \frac{1}{3}$

Al derivar cada una de ellas obtenemos:

$$f'(x) = 2x$$

Las cuatro funciones tienen exactamente la misma derivada

Si solamente conociéramos la derivada, ¿Cómo podemos saber que función se derivó para obtener $2x$?

Esta pregunta la podemos replantear y sería:

¿Cuál es la antiderivada de $2x$? ó ¿Cuál es la primitiva de $2x$?

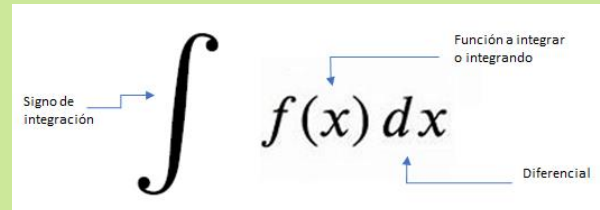
Antes de contestar esta pregunta debes conocer la nomenclatura a utilizar.

Al conjunto de todas las primitivas de una función se le llama integral indefinida.

El operador usado para representar una integración es un símbolo similar a una "s" estilizada.

∫ es el símbolo o signo de integración, el cual proviene de la letra griega ∑ que se utiliza para sumas.

Este símbolo indica la operación de antiderivación conocida también como antidiferenciación.



- Figura 21 -

Esto se lee: Integral indefinida de: $f(x)$ con respecto a x

Entonces el problema de determinar la función que se derivó para obtener $2x$ se escribe en el lenguaje matemático de la siguiente manera:

$$\int 2x\,dx$$

Por el momento solamente vamos a pensar que si al derivar la función x^2, obtenemos $2x$, la solución al problema será:

$$\int 2x\,dx = x^2 + \mathbf{c}$$

En donde para la función: $f(x) = x^2 + 5,\quad c = 5;$

para la función $f(x) = x^2 - 200,\quad c = -200;$

Sin embargo para la función: $f(x) = x^2 + \frac{1}{3},\quad c = \frac{1}{3};$

Y para el caso de la función $f(x) = x^2,\ c = 0.$

COMPRENDO

Hay fórmulas que nos ayudarán a calcular la antiderivada de cualquier función, te las muestro a continuación:

- $\int (dv + dw) = \int dv + \int dw$ 1
- $\int a\,dv = a \int dv$ 2
- $\int dx = x + C$ 3
- $\int v^n\,dv = \frac{v^{n+1}}{n+1} + C$ 4
- $\int \frac{dv}{v} = \ln|v| + C$ 5
- $\int a^v\,dv = \frac{a^v}{\ln a} + C$ 6
- $\int e^v\,dv = e^v + C$ 7
- $\int \sin v\,dv = -\cos v + C$ 8
- $\int \cos v\,dv = \sin v + C$ 9
- $\int \sec^2 v\,dv = \tan v + C$ 10
- $\int \csc^2 v\,dv = -\cot v + C$ 11
- $\int \sec v \tan v\,dv = \sec v + C$ 12
- $\int \frac{dv}{\sqrt{a^2 - v^2}} = \arcsin\left(\frac{v}{a}\right) + C$ 13
- $\int \frac{dv}{a^2 - v^2} = \frac{1}{a} \arctan\left(\frac{v}{a}\right) + C$ 14
- $\int u\,dv = u \cdot v - \int v\,du$ 15

- Figura 22 -

YA TENGO LO QUE NECESITO

www.pixabay.com

<< COMO APLICO LAS FÓRMULAS>>

Un ejemplo sencillo pero útil

Regresamos a la función que habíamos visto unas páginas antes:

$$f^{\prime}(x) = 2x$$

Procederemos a aplicar el operador integral:

$$\int 2x \, dx$$

Aplicando ahora la fórmula 4:

- $\int v^n \, dv = \frac{v^{n+1}}{n+1} + C$

Llevamos a cabo la aplicación de la fórmula y los pasos quedan de la siguiente manera:

$$\mathrm{I} = \int 2x \, dx$$

$$2\frac{x^{1+1}}{1+1}$$

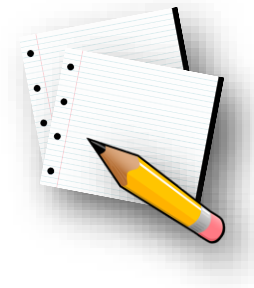
$$2\frac{x^2}{2}$$

$$x^2 + c$$

Como te darás cuenta, llegamos a la ecuación original

COMPRENDO

"Otro ejemplo"



Ahora te propongo que calculemos la antiderivada de la siguiente función:

$$f(x) = 9x^2 - 4x + 3$$

¿Se mira complicado verdad?

Ahora te darás cuenta que no lo es tanto, primero tenemos que tomar en cuenta las fórmulas a utilizar:

- $\int (dv + dw) = \int dv + \int dw$
- $\int a\, dv = a \int dv$
- $\int dx = x + C$
- $\int v^n\, dv = \frac{v^{n+1}}{n+1} + C$

Ahora veremos el desarrollo en el problema propuesto:

$\int (9x^2 - 4x + 3)\, dx$	Aplicamos el operador integral
$\int (9x^2)\, dx - \int (4x)\, dx + \int (3)\, dx$	Aplicamos la propiedad distributiva
$9 \int x^2\, dx - 4 \int x\, dx + 3 \int dx$	Cada una de las constantes las sacamos de la integral
$9\frac{x^{2+1}}{2+1} - 4\frac{x^{1+1}}{1+1} + 3x$	Aplicamos la fórmula de integración a cada término
$9\frac{x^3}{3} - 4\frac{x^2}{2} + 3x$	Realizas las sumas
$3x^3 - 2x^2 + 3x + c$	Al final realizas las divisiones y agregas la constante de integración

www.pixabay.com

COMPRENDO

"Veamos otro ejemplo"

Ahora vamos a calcular la antiderivada de la siguiente función:

$$f(x) = \sqrt{x^3} - \frac{1}{2}x^{-2} + 5$$

No te asustes, vamos paso a paso:
Ahora veremos el desarrollo en el problema propuesto:

$$\int (\sqrt{x^3} - \tfrac{1}{2}x^{-2} + 5)\, dx$$

$$\int \sqrt{x^3}\, dx - \int \tfrac{1}{2}x^{-2}\, dx + \int 5\, dx$$

$$\int \sqrt{x^3}\, dx - \tfrac{1}{2}\int x^{-2}\, dx + 5\int dx$$

$$\int x^{\frac{1}{3}}\, dx - \tfrac{1}{2}\int x^{-2}\, dx + 5\int dx$$

$$\frac{x^{\frac{1+3}{3+3}}}{\frac{1}{3}+1} - \frac{1}{2}\frac{x^{-2+1}}{-2+1} + 5x$$

$$\frac{x^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} - \frac{1}{2}\frac{x^{-1}}{-1} + 5x$$

$$\frac{x^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + \tfrac{1}{2}x^{-1} + 5x$$

$$\frac{x^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + \tfrac{1}{2}x^{-1} + 5x + c$$

APLICO

Actividad 8:

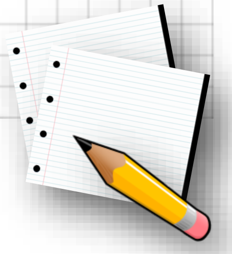
Actividad extraída de la Guía Pedagógica de Conalep

Espacio para que realices los ejercicios propuestos

"Siempre parece imposible hasta que se hace" Nelson Mandela

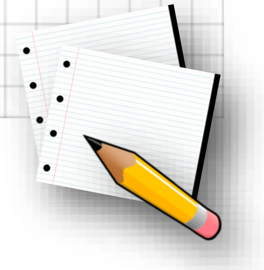
Calcular la antiderivada general

1. $\int 3x^4\,dx$
2. $\int (5x^2+9)dx$
3. $\int (3x^4-3x)\,dx$
4. $\int (x^3-2)dx$
5. $\int (2x-3x^2)dx$
6. $\int (x^3+2x-4)dx$
7. $\int (4x^3+\ 6x^2-1)dx$
8. $\int (x^{\frac{3}{2}}+2x+1)\,dx$
9. $\int (12x^2+6x-5)dx$
10. $\int 3\sqrt{x}dx$



Espacio para que realices los ejercicios propuestos

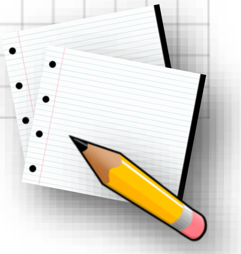
“Siempre parece imposible hasta que se hace” Nelson Mandela



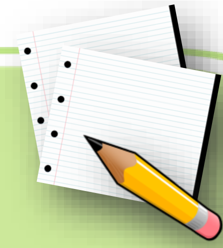
APLICO

Espacio para que realices los ejercicios propuestos

“Siempre parece imposible hasta que se hace” Nelson Mandela



COMPRENDO



"Ahora será utilizada otra fórmula"

¿Porqué? Existen funciones en existe una expresión en donde el exponente es entero pero tiene un valor alto, a veces es fraccionario y algunas otras es negativo, y para estos casos resulta mejor utilizar la siguiente fórmula:

$$\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c \quad n \neq -1$$

La forma de aplicar esta fórmula, la verás en este par de ejemplos:

Ejemplo 1: Calcular la integral de la función $\int x^2(a+bx^3)^2 dx$

Paso 1: Identificar el valor de "u" en este caso, es el polinomio que se encuentra elevado al exponente 2, es decir: $\boldsymbol{u = a + bx^3}$

Paso 2. Calcular la derivada de "u" con respecto a la variable "x".

$$\frac{d}{dx}u = \frac{d}{dx}(a+bx^3) = \frac{d}{dx}(a) + \frac{d}{dx}(bx^3) = 0 + b\frac{d}{dx}x^3 = b(3x^{3-1}) = 3bx^2$$

Paso 3. Despejamos la diferencial de "x".

$$\mathbf{du = 3bx^2dx}$$

Paso 4. Observa que la integral, para estar "completa" le falta el factor $3b$, por lo que habrá que multiplicar y dividir la integral original:

Esto es: $\frac{1}{3b}\int (a+bx^3)^2(3bx^2)dx$

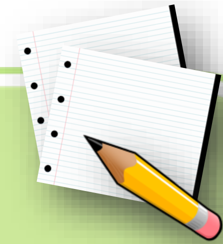
Paso 5: Realizar las sustituciones correspondientes:

$$\frac{1}{3b}\int u^2 du$$

Paso 6: Aplicar la fórmula:

$$\frac{1}{3b}\frac{u^{2+1}}{2+1} = \frac{1}{3b}\frac{u^3}{3} = \frac{u^3}{9b} = \frac{(a+bx^3)^3}{9b} + c$$

El resultado escrito en color rojo corresponde al último paso



"Otro ejemplo"

Ejemplo 2: Calcular la integral de la función $\int \frac{dx}{(5+3x)^3}$

Esta integral la podemos reescribir para que quede de la siguiente manera: $\int (5+3x)^{-3}dx$

Paso 1: Identificar el valor de "u" en este caso, es el polinomio que se encuentra elevado al exponente -3, es decir: $\boldsymbol{u = 5 + 3x}$

Paso 2. Calcular la derivada de "u" con respecto a la variable "x".

$$\frac{d}{dx}u = \frac{d}{dx}(5+3x) = \frac{d}{dx}(5) + \frac{d}{dx}(3x) = 0 + 3\frac{d}{dx}x = 3(1) = 3$$

Paso 3. Despejamos la diferencial de "x".

$$\mathbf{du = 3dx}$$

Paso 4. Observa que la integral, para estar "completa" le falta el factor 3, por lo que habrá que multiplicar y dividir la integral original:

Esto es: $\frac{1}{3}\int (5+3x)^{-3}(3)dx$

Paso 5: Realizar las sustituciones correspondientes:

$$\frac{1}{3}\int u^{-3}du$$

Paso 6: Aplicar la fórmula:

$$\frac{1}{3}\frac{u^{-3+1}}{-3+1} = \frac{1}{3}\ \frac{u^{-2}}{-2} = \frac{u^{-2}}{-6} = \frac{(5+3x)^{-2}}{-6} + c$$

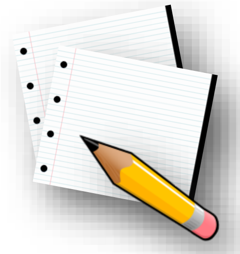
El resultado escrito en color rojo corresponde al último paso

APLICO

Actividad extraída de la Guía Pedagógica de Conalep

Actividad #9 "Calcula las siguientes integrales"

1.- En una hoja en blanco y siguiendo paso a paso los ejemplos anteriormente expuestos, calcula las integrales propuestas:



$$\int \frac{w^4}{\sqrt{a^2 + w^5}}\, dw$$

$$\int w(5 - w^2)dw$$

$$\int \frac{3x^3\, dx}{\sqrt{x^4 - 1}}$$

$$\int x\sqrt{5x^2 - 2}\; dx$$

$$\int x\sqrt{5 - x^2}\; dx$$

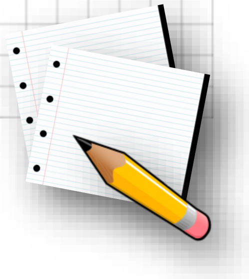
$$\int x(2x^2 + 3)^{10} dx$$

$$\int \sqrt{10 - x^2}\; (5x)dx$$

$$\int t^2 \sqrt{1 + t^3}\; dt$$

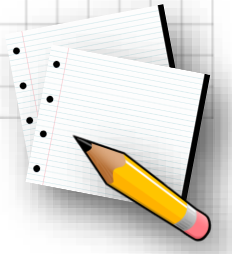
Espacio para que realices los ejercicios propuestos

"Si no vas hasta el final, ¿por qué empezar?" Joe Namath



Espacio para que realices los ejercicios propuestos

“Si no vas hasta el final, ¿por qué empezar?” Joe Namath



COMPRENDO

<< 2.2 Cálculo de la integral indefinida de funciones polinomiales, trascendente y su relación inversa con la derivada>>

Una función trascendente es aquella formada por términos en los que hay funciones trigonométricas, logarítmicas o exponenciales, además de los términos algebraicos comunes. Algunos ejemplos de estas funciones pueden ser:

$$f(x) = sen(2x-1), g(x) = e^{x^2}, h(x) = \log(x-1)$$

Para este tipo de funciones, calcular la antiderivada requiere de utilizar la fórmula correspondiente según sea el caso y en otros hay que utilizar la técnica de sustitución por otra variable.

Veremos cada uno de los casos:

a) Empezaremos utilizando la sustitución por una variable ya que eso hicimos en los ejemplos anteriores.

Es importante tener presente las fórmulas de derivación que aprendiste a utilizar en el módulo de Análisis Derivativo de Funciones (estas se encuentran en la página 17).

Un ejemplo sencillo para este caso sería el siguiente:

$$\int senxcosxdx$$

Siguiendo los pasos anteriormente vistos:

Paso 1: Identificar el valor de "u" en este caso, puede ser tanto la función seno como la función cosen. Utilizamos la primera opción es decir: $\boldsymbol{u = senx}$

Paso 2. Calcular la derivada de "u" con respecto a la variable "x".

$$\frac{d}{dx}u = \frac{d}{dx}(senx) = cosx$$

Paso 3. Despejamos la diferencial de "x".

$$\mathbf{du = cosxdx}$$

Paso 4. Observa que a la integral en este caso está "completa", por lo que no es necesario agregar nada.

Paso 5: Realizar las sustituciones correspondientes:

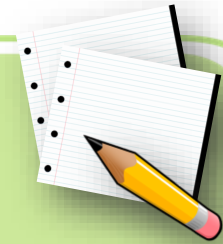
$$\int udu$$

Paso 6: Aplicar la fórmula:

$$\frac{u^{1+1}}{1+1} = \frac{u^2}{2} = \frac{(senx)^2}{2} + c$$

El resultado escrito en color rojo corresponde al último

COMPRENDO



"Ahora pasemos al otro caso"

No siempre basta con realizar una sustitución y es necesario utilizar otra fórmula, aquí verás un ejemplo

$$\int sen(2x+3)dx$$

Si regresas a la página 24 la fórmula 8 es la que se ocupa en este caso:

$$\int senvdv + c$$

Paso 1: Identificar el valor de "v" en este caso, es el polinomio al que está aplicado la función seno, es decir: $\boldsymbol{v = 2x + 3}$

Paso 2. Calcular la derivada de "v" con respecto a la variable "x".

$$\frac{d}{dx}v = \frac{d}{dx}(2x+3) = \frac{d}{dx}(2x) + \frac{d}{dx}(3) = 2 + 0 = 2$$

Paso 3. Despejamos la diferencial de "x".

$$\mathbf{dv = 2dx}$$

Paso 4. Observa que a l integral, para estar "completa" le falta el factor 2, por lo que habrá que multiplicar y dividir la integral original:

Esto es: $\frac{1}{2}\int sen(2x+3)(2\,dx)$

Paso 5: Realizar las sustituciones correspondientes:

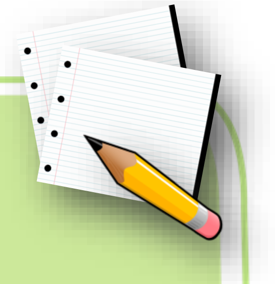
$$\frac{1}{2}\int senvdv$$

Paso 6: Aplicar la fórmula:

$$\frac{1}{2}(-cosv) = -\frac{1}{2}cosv = -\frac{1}{2}\cos(2x+3) = -\frac{1}{2}\cos(2x+3) + c$$

El resultado escrito en color rojo corresponde al último paso

COMPRENDO



“Ahora pasemos al otro caso”

Aquí te explico otro ejemplo:

$$\int \frac{x}{x^2-5}dx$$

Si regresas a la página 24 la fórmula 5 es la que se ocupa en este caso:

$$\int \frac{1}{v}dv = lnv + c$$

Paso 1: Identificar el valor de “v” en este caso, es el polinomio al que está aplicado la función seno, es decir: $\boldsymbol{v = x^2 - 5}$

Paso 2. Calcular la derivada de “v” con respecto a la variable “x”.

$$\frac{d}{dx}v = \frac{d}{dx}(x^2-5) = \frac{d}{dx}(x^2) - \frac{d}{dx}(5) = 2x - 0 = 2x$$

Paso 3. Despejamos la diferencial de “x”.

$$\mathbf{dv = 2xdx}$$

Paso 4. Observa que a l integral, para estar “completa” le falta el factor 2, por lo que habrá que multiplicar y dividir la integral original:

Esto es: $\frac{1}{2}\int \frac{2xdx}{x^2-5}$

Paso 5: Realizar las sustituciones correspondientes:

$$\frac{1}{2}\int \frac{dv}{v}$$

Paso 6: Aplicar la fórmula:

$$\frac{1}{2}lnv = \color{red}{\frac{1}{2}\ln(x^2-5) + c}$$

El resultado escrito en color rojo corresponde al último paso

APLICO

Actividad extraída de la Guía Pedagógica de Conalep

Actividad #10 “Ahora intenta tu”

Apoyándote de las fórmulas que se encuentran en la página 24 calcula las siguientes integrales

1 $\int 8\, cot\frac{x}{2}\, dx$

2 $\int \frac{e^{2x}-1}{e^{x}}dx$

3 $\int 7a^{by}\, dy$

4 $\int z^4 a^{z^5} dz$

5 $\int \sec 7x\, dx$

6 $\int x^2 (3-e^{x^3})dx$

7 $\int 8e^{2x}\, dx$

8 $\int sen\, 3x\, dx$

9 $\int \tan(2x+3)dx$

10 $\int sec^2\frac{x}{5}\, dx$

11 $\int (x^2 - cosx)dx$

12 $\int (2senx + 3cosx)dx$

Unidad y Resultados de Aprendizaje

Aplicación de
Integral definida

UNIDAD 3

3.1 Evalúa la integral definida de acuerdo a los Teoremas fundamentales del Cálculo.

3.2 Aplica la integral en diversas situaciones de otras ciencias.

www.pixabay.com

<< 3.1 Evalúa la integral definida de acuerdo a los Teoremas fundamentales del Cálculo>>

El teorema fundamental del cálculo proporciona un método abreviado para calcular integrales definidas, sin necesidad de tener que calcular los límites de las sumas de Riemann.

La forma de antiderivada del teorema fundamental del cálculo constituye una herramienta extremadamente importante y poderosa para evaluar integrales definidas.

Dada una función $f(x)$ integrable en el intervalo cerrado [a,b] y sea $F(x)$ una función primitiva de f, es decir F´(x) = f(x). Entonces:

$$\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$$

Este resultado es muy importante ya que podemos calcular la integral definida de una función sin recurrir a la suma de Riemann.

<< 3.1 ¿Cómo se aplica el Teorema fundamental del cálculo?>>

Veamos un ejemplo.

Se pretende conocer el área bajo la curva de la función $f(x) = x^2 - 1$ entre $x = 1$ y $x = 4$ ¿La recuerdas?

Aplicando el teorema esto se reduce a calcular la integral definida entre los valores $x = 2$ y $x = 6$

$$\int_1^4 (x^2 - 1)dx = \int_1^4 x^2 dx - \int_1^4 dx = \frac{x^{2+1}}{2+1} - x$$

$$= \frac{x^3}{3} - x$$

Hasta aquí encontramos la integral indefinida, ahora aplicamos el Teorema fundamental del Cálculo (2° teorema) y quedaría:

$$\left[\frac{4^3}{3} - 4\right] - \left[\frac{1^3}{3} - 1\right] = \left[\frac{64}{3} - 4\right] - \left[\frac{1}{3} - 1\right]$$

$$= \frac{64}{3} - 4 - \frac{1}{3} + 1$$

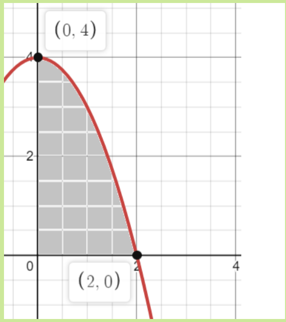
$$= \frac{63}{3} - 3 = 21 - 3 = 18\ u^2$$

Este resultado ya lo habíamos obtenido aplicando sumas de Riemann, pero vemos que llegamos al mismo resultado de una manera mucho más sencilla.

Veamos un ejemplo.

Se pretende conocer el área bajo la curva de la función $f(x) = -x^2 + 4$ en el intervalo $[0,2]$

Veamos la gráfica:



- Figura 23

El área sombreada es la que vamos a calcular.

Aplicamos la integral definida a la función en el intervalo indicado:

$$\int_0^2 (-x^2 + 4)dx$$

A este momento ya sabes calcular la integral indefinida de una función y esta quedaría de la siguiente manera:

$\int_0^2 (-x^2 + 4)dx$ =

$\int_0^2 -x^2 dx + \int_0^2 4dx = -\int_0^2 x^2 dx + 4\int_0^2 dx$

$$-\frac{x^{2+1}}{2+1} + 4x = -\frac{x^3}{3} + 4x$$

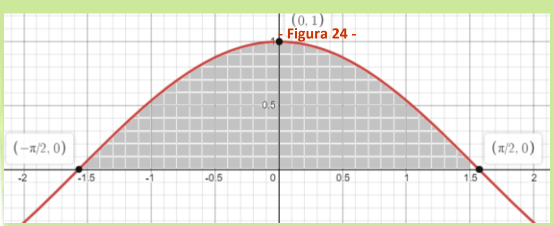
Ahora esta expresión hay que evaluarla en el intervalo cerrado $[0,2]$

$\left[-\frac{2^3}{3} + 4(2)\right]$ - $\left[-\frac{0^3}{3} + 4(0)\right]$ = $-\frac{8}{3} + 8 - 0 = \frac{-8+24}{3} = \frac{16}{3}u^2$

Como podrás darte cuenta es mas sencillo que aplicar las sumas de Riemann.

Ahora veras un ejemplo con una función trigonométrica

Encontrar el área bajo la curva de la función $f(x) = cosx$ en el intervalo $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, igual que en el ejemplo anterior vamos a graficar para visualizar el área que vamos a encontrar.



- Figura 24 -

Aplicamos la integral definida a la función en el intervalo indicado:

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} cosxdx$$

Aplicando la fórmula 9 de la página 23, la integral de la función queda de la siguiente manera:

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} cosxdx = \text{senx}$$

Ahora sustituimos en los límites de integración y quedaría de la siguiente manera:

$$sen\left(\frac{\pi}{2}\right) - sen\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 1 - (-1) = 1 + 1 = 2u^2$$

Realmente es sencillo.

Actividad diseñada por el docente

Actividad extraída de la Guía Pedagógica de Conalep

Actividad #11

"Calcula el área bajo la curva de las funciones propuestas en el intervalo indicado"
Nota: Los ejercicios que verás a continuación se conocen como integrales definidas ya que cuentan con límites de integración y el resultado que vas a obtener será precisamente el área bajo la curva.

1.- $\int_1^4 x^2 dx =$

2.- $\int_{-1}^3 2x^3 dx =$

3.- $\int_1^4 \frac{dx}{x} =$

4.- $\int_1^3 \frac{dx}{2x+1} =$

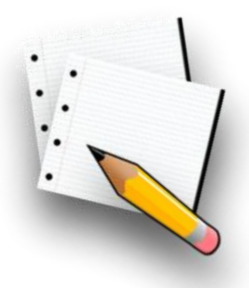
5.- $\int_0^\pi senx\ dx =$

6.- $\int_0^1 e^{3x} dx =$

7.- $\int_0^e \ln x dx =$

8.- $\int_0^\pi x\ cosx\ dx =$

9.- $\int_0^3 x\ 5^{x^2} dx =$



¿SABÍAS QUÉ?

www.pixabay.com

<< 3.2 Aplica la integral a distintas situaciones de otras ciencias>>

Aplicaciones de la integral

Existen muchos campos del conocimiento en que existen aplicaciones de la integral. Por la naturaleza de este concepto, puede aplicarse tanto en Geometría, en Física, en Economía e incluso en Biología.

Por sólo citar algunos ejemplos, a continuación se mencionan las aplicaciones más conocidas de la integral:

1. Hallar el área de regiones planas.
2. Obtener los volúmenes de sólidos de revolución.
3. Calcular volúmenes de sólidos con secciones conocidas.
4. Determinar la longitud de arco de una curva.
5. Examinar el comportamiento aleatorio de variables continuas (función de densidad probabilidad).
6. Conocer el valor promedio de una función.
7. Hallar momentos (fuerzas que ejercen ciertas masa con respecto a un punto) y centros de masa o
centroide (el punto en que un objeto se equilibra horizontalmente).
8. Encontrar la presión ejercida por un fluido.
9. Calcular el trabajo realizado de mover un objeto de un punto a otro.

www.pixabay.com

<< 3.2 APLICA LA INTEGRAL A DISTINTAS SITUACIONES DE OTRAS CIENCIAS>>

Continuación:

10. Obtener velocidades y aceleraciones de móviles.

11. Conocer el superávit del consumidor (cantidad de dinero ahorrado por los consumidores, al comprar un artículo a un precio dado).

12. Determinar el flujo sanguíneo (volumen de sangre que pasa por una sección transversal por unidad de tiempo) de una persona y su gasto cardiaco (volumen de sangre bombeado por el corazón por unidad de tiempo.

Como podrás darte cuenta son muchas las aplicaciones de la integral, vale la pena dedicarle tiempo a aprender esta hermosa disciplina matemática.

<< Aplicaciones de la integral>>

Ejemplos

A este momento ya aprendiste a utilizar la integral para calcular el área bajo una curva, también es posible calcular áreas entre dos curvas, y aunque eso es muy importante por el momento quiero que veas un ejemplo mas del uso de esta herramienta que es la integral definida.

Antes de continuar, debes saber que algunas aplicaciones no son tan sencillas de resolver pero, por el momento no llegaremos a esos temas que en cursos mas avanzados ya tendrás oportunidad de abordar.

<< Ingreso>>

Supóngase que el precio de un producto es constante y con un valor de \$10 por unidad, esto es, la función de ingreso marginal:

$$MR = f(x) = 10$$

Donde "x" es el número de unidades vendidas. El ingreso total conseguido con la venta de "x" unidades puede determinarse al integrar la función de ingreso marginal entre 0 y "x". Por ejemplo, el ingreso total logrado con la venta de 1500 unidades se calcularía como:

$\int_0^{1\,500} 10\,dx = 10\int_0^{1\,500} dx = 10x$ aquí aplicamos el teorema fundamental del cálculo y quedaría como sigue:

$$10(1500) - 10(0) = 15000 - 0 = 15\,000$$

<< INGRESO>>

Se trata de un procedimiento complejo para el cálculo del ingreso total, ya que bastaría con haber multiplicado el precio por la cantidad vendida para conseguir el mismo resultado. No obstante el procedimiento ejemplifica la manera de interpretar como ingreso total o incremental el área debajo de la función del ingreso marginal.

Si necesitamos conocer el ingreso adicional relacionado con un incremento de 1 500 a 1 800 unidades en las ventas se calcularía así:

$$\int_{1\,500}^{1\,800} 10\,dx = 10x$$

Nuevamente aplicamos el teorema fundamental del cálculo y quedaría como sigue:

$$10(1800) - 10(1500) = 18000 - 15000 = 3\,000$$

Debe quedar muy claro que este resultado representa el incremento en el ingreso marginal al cambiar las ventas de 1 500 a 1 800 unidades vendidas.

<< GASTOS DE MANTENIMIENTO>>

Un fabricante de automóviles estima que la tasa anual de gastos $r(t)$ para dar mantenimiento a uno de sus modelos está representada por la función

$$r(t) = 100 + 10t^2$$

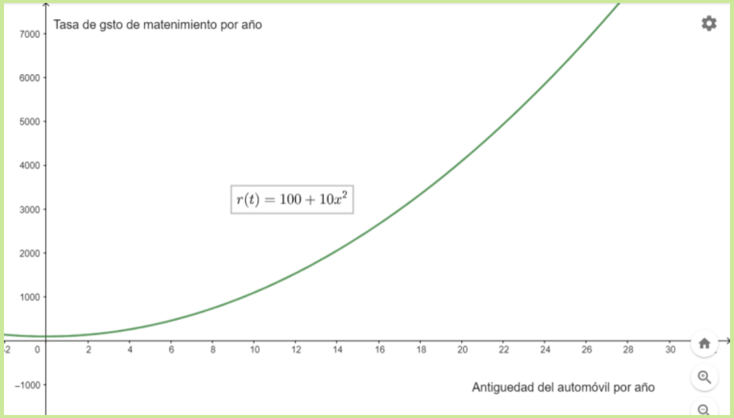
Donde t es la edad del automóvil expresada en años y $r(t)$ se mide en dólares por año. Esta función indica que cuando un automóvil tenga un año de uso, los gastos de mantenimiento se harán a una tasa de:

$$r(1) = 100 + 10(1)^2 = 100 + 10(1) = 100 + 10 = 110 \text{ por año}$$

Cuando tenga tres años de uso, estarán realizándose a una tasa de:

$$r(3) = 100 + 10(3)^2 = 100 + 10(9) = 100 + 90 = 190 \text{ por año}$$

Como es de suponerse, mientras mas viejo sea el automóvil, mas mantenimiento requerirá.



Fuente propia
- Figura 25-

<< GASTOS DE MANTENIMIENTO>>

El área bajo esta curva entre dos valores cualesquiera de t es una medida del costo esperado de mantenimiento durante ese intervalo. Los gastos esperados de mantenimiento durante los primeros cinco años de vida del automóvil se calculan como sigue:

$$\int_0^5 (100+10t^2)dt = \int_0^5 100dt + \int_0^5 10t^2dt = 100\int_0^5 dt + 10\int_0^5 t^2dt = 100t + 10\frac{t^3}{3}$$

El siguiente paso es sustituir los valores de la integral (recuerda que primero es el límite superior y después el inferior)

$$\left[100(5)+10\frac{5^3}{3}\right]-\left[100(0)+10\frac{0^3}{3}\right] = 500+10\frac{125}{3} = 500+416.67 = 916.67$$

De estos gastos, lo que se espera hacer durante el quinto año se calcula:

$$\int_4^5 (100+10t^2)dt$$

$$\left[100(5)+10\frac{5^3}{3}\right]-\left[100(4)+10\frac{4^3}{3}\right] = 500+10\frac{125}{3}-400-10\frac{64}{3} = 500+416.67-400-213.33$$

$$916.67-613.33 = 303.34$$

APLICO

Actividad diseñada por el docente

Actividad #12 Ejercicios de seguimiento

1. Un fabricante de aviones de propulsión estima que la tasa a la que se hacen los costos de mantenimiento de los motores es una función delas horas de operación. En el caso de un motor empleado en un avión comercial, la función es:

$$r(x) = 60 + 0.40x^2$$

Donde x es el número de horas de operación y $r(x)$ indica la tasa a la que se efectúan los costos de reparación (en dólares) por hora de operación.

a) Determine la tasa a la que estarán efectuándose los costos al cabo de 100 horas de operación

b) ¿Cuáles se espera que sean los costos de mantenimiento durante las primeras 100 horas de operación?

2. La función de ingreso marginal del producto de una firma es

$$MR = -0.04x + 10$$

Donde x es el número de unidades vendidas.

a) Determine el ingreso total conseguido con la venta de 200 unidades del producto

b) ¿Cuál es el ingreso agregado que se logra con el incremento de 100 a 200 unidades en la venta?

Técnicas de Estudio para el alumno CONALEP

sugerencias

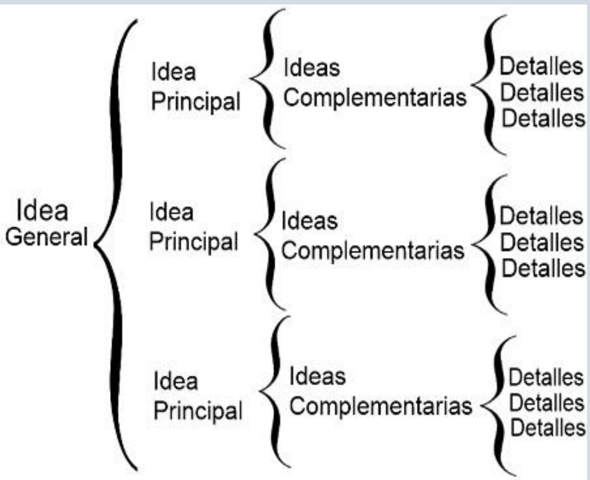
“ Las técnicas de estudio son un conjunto de herramientas, fundamentalmente lógicas, que ayudan a mejorar el rendimiento y facilitan el proceso de enseñanza y aprendizaje. No hay Técnicas de estudio perfectas, ni recetas milagrosas para aprender. Una técnica, es una herramienta concreta que tiene su éxito si se elabora correctamente y se toma con una actitud activa por parte de quién la desarrolla. ”

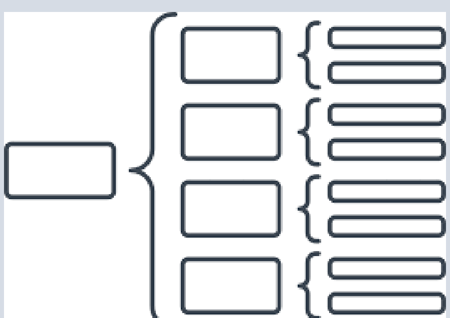
Organizadores Gráficos

Te ayuda a clasificar mediante textos breves, tus ideas generales, las ideas principales, las complementarias y los detalles sobre un determinado tema, se usan figuras en forma de llaves para su creación.

1

Mapa de Llaves o de ideas





Te ayuda a asociar sobre un tema central, todas las características e información relevante sobre dicho tema, se usan ramas para su elaboración y puede incluir dibujos y frases concretas

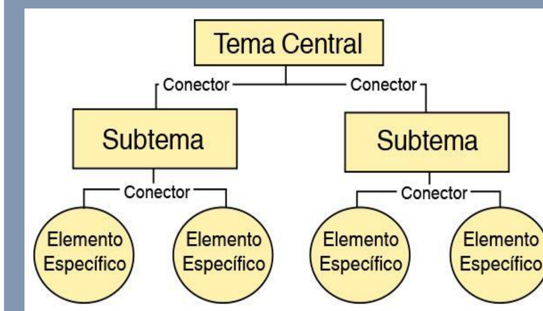
2

Mapa mental

Te ayuda a describir partiendo de un tema central, dos o mas conceptos los cuales puedes conectar entre sí con textos alternos breves que van describiendo el tema.

3

Mapa conceptual



Cuadros / Tablas

Te ayudan a separar y establecer las diferencias más notables entre una idea, tema, concepto junto con otros, su apariencia debe ser en forma de tabla y puedes incluir dibujos

4

Cuadros comparativos

Diferencias entre célula animal y célula vegetal	
Célula animal	***Célula vegetal***
No presentan pared celular.	Tienen una pared celular de celulosa alrededor de la membrana plasmática.
No posee cloroplastos pues no hace fotosíntesis.	Posee cloroplastos para llevar a cabo la fotosíntesis.
Posee vacuolas de poco tamaño.	Posee vacuolas de gran tamaño.
Pueden presentar moléculas de glucógeno.	Generalmente presentan almidón.
Poseen forma irregular.	Suelen ser regulares en su forma.
Su tamaño oscila entre las 10 y las 30 micras.	Su tamaño oscila entre las 10 y las 100 micras.

CUADRO COMPARATIVO

	AZTECAS	MAYAS	INCAS
Arquitectura	Emplearon como material la piedra labrada y el adobe.	En la estructura exterior predomina el estilo piramidal.	Construyeron templos, calzadas, caminos, puentes, acueductos, canales entre otras obras.
Escultura	Se expresa en sus dos modalidades clásicas: en bulto redondo y en relieve.	Tiene diversas modalidades: escultura en bulto, estelas y relieves	Se limita a algunas representaciones en bulto.
Pintura	Emplearon colores brillantes en sus pinturas al fresco.	Emplearon un rico colorido. Destacan los tonos claros.	Las plasmaban en sus piezas de cerámica y en un tipo de pintura mural lograda a través de moldes.

Te ayuda a contestar mediante una tabla 3 preguntas claves sobre un conocimiento determinado, ¿Que sé?, ¿ Qué quiero aprender? y ¿Qué aprendí?

5

Cuadro SQA

S: saber Q: Quiero A: Aprendí

Qué es lo que sé	Sobre qué quiero aprender	Qué es lo que aprendí

Que se de ascensores?	Que quiero aprender de ascensores?	Que aprendí de ascensores?
• La fosa debe ser mínimo de 2x2 • Se utiliza para transportar cierta cantidad de personas y/o cosas • Existen ascensores comerciales, de vivienda y de carga y de hospital.	• Tipos de Materiales que se pueden utilizar • Medidas (cálculos) • Como funcionan los ascensores rápidos y como se calcula la velocidad? • Cuantas personas caben en dicho ascensor? • Características. • Diseños.	• Características. • Variedad de Modelos. • Ancho del pasillo es el mismo que el ascensor. • Diferencia entre foso y pozo. • La sala de maquinas debe tener ventilación cruzada. Y las paredes deben contar con aislante para garantizar la temperatura

Te ayuda a escribir mediante una reflexión personal de un tema, lo que consideres POSITIVO, lo que consideres NEGATIVO y lo que consideres INTERESANTE. Con esta herramienta puedes emitir tus puntos de vista

6

Cuadro PNI

P: positivo N: Negatvio I: Interesante

Efecto invernadero

POSITIVO	NEGATIVO	INTERESANTE
El efecto invernadero es un fenómeno natural que ha desarrollado nuestro planeta para permitir que exista la vida	• Aumento de la temperatura media del planeta. • Aumento de sequías en unas zonas e inundaciones en otras. • Mayor frecuencia de formación de huracanes. • Progresivo deshielo de los casquetes polares, con la consiguiente subida de los niveles de los océanos.	Se llama así precisamente porque la Tierra funciona como un verdadero invernadero.

El aborto

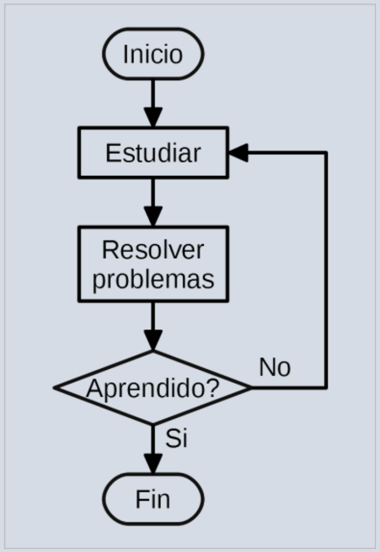
Positivo	Negativo	Interesante
Se va a practicar en un lugar higiénico.	Toma el riesgo de no poder tener hijos en un futuro.	Es que si se aprueba la ley del aborto habría menos muertes, ya que se practicaría en un lugar seguro .
Evita la muerte prematura.	Le puede afectar psicológicamente.	Es mas rápido y no hay dolor.
Seguirá con una vida normal.	En la religión es un pecado.	
Evitara ser mama joven.	Puede que le de cáncer de mama, ovarios, etc.	

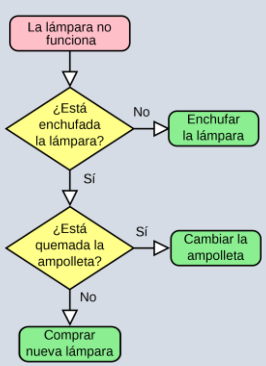
Gráficos procedimentales

Te ayudan a describir procedimientos mediante símbolos concretos, se debe de identificar en tu diagrama de flujo: el inicio, el desarrollo y el cierre de un proceso dado.

7

Diagrama de flujo

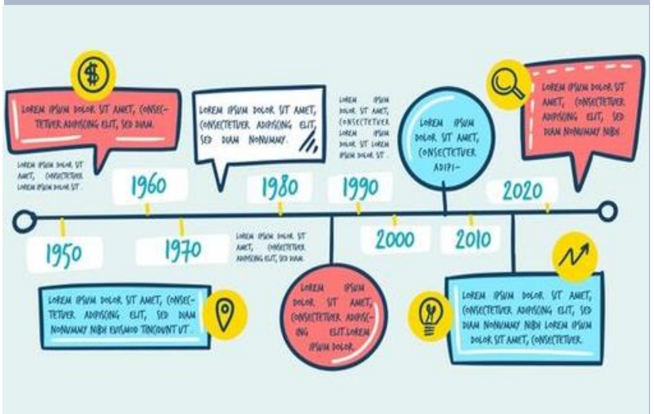




Son figuras que se van distribuyendo sobre una línea (vertical u horizontal), las cuales nos ayudan a describir **acontecimientos ocurridos en el tiempo con un orden cronológico establecido. Puedes colocar** fechas, dibujos y datos precisos.

8

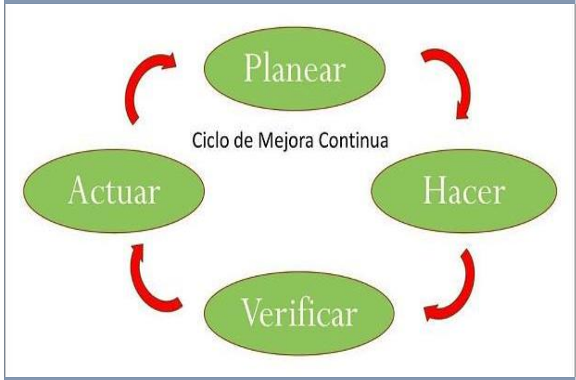
Línea del tiempo



Te ayuda a describir un procedimiento cronológico o por secuencia, puedes colocar formas y flechas en forma seriada, teniendo al final la forma de un círculo o un proceso secuencial

9

Mapa cognitivo de ciclos o de secuencias



Escritos

Te ayudan a expresar las ideas principales de un texto, respetando las ideas del autor. Es una técnica para comprender tu lectura. Se inicia, subrayando ideas principales, para después escribirlas nuevamente en otro apartado mas simplificado.

10

Resumen

Breve historia del cacao

La palabra cacao procede de la azteca "cacahuatl". Según la leyenda, el cacao era el árbol más bello del paraíso de los aztecas, que le atribuían múltiples virtudes, calmar el hambre y la sed, proporcionar la sabiduría universal y curar las enfermedades.

Se sabe que los primeros árboles del cacao crecían de forma natural a la sombra de las selvas tropicales en las cuencas del Amazonas y del Orinoco, hace ya unos 4000 años. Los mayas empezaron a cultivarlo hace más de 2500 años.

El cacao simbolizaba para los mayas vigor físico y longevidad, lo usaban como medicina siendo recetado por sus médicos como relajante, como estimulante y como reconstituyente.

En 1502 Cristóbal Colón recibió, como ofrenda de bienvenida, armas, telas y sacos de unas habas oscuras que, en la sociedad azteca, servían a la vez de moneda y de producto de consumo.

Resumen

Este texto explica el origen azteca y la leyenda del cacao. A continuación el autor comenta su origen en las selvas tropicales y su cultivo por los aztecas. Además se habla de la simbología maya. Finalmente, el cuarto párrafo explica el uso comercial del cacao en la época de Cristóbal Colón.

Es un depósito de más de 5 preguntas redactadas sobre un tema específico. Te sirven para poder responderlas y repasar de este modo tus apuntes, lecturas o conocimientos de temas variados.

11

Cuestionario

El campo es bonito.

En él se ve una rana que salta, un venado café, una lapa de colores y la pata Nela.

Lucía va con Tito al campo. Su tarea es cuidar los animales.

Contesta:

¿Cómo es el campo? ______________________________

¿Qué animales hay en el campo? ______________________________

¿Con quién va Lucía al campo? ______________________________

¿Cuál es su tarea? ______________________________

Te ayuda a expresar tus propias ideas, sobre un tema en particular, es la propia interpretación de lo que ya se aprendió o se comprendió. Debe llevar: introducción, desarrollo y conclusiones

12

Ensayo

Ensayo

La felicidad ¿alguna vez encontrada?

López Landa Luis Adrian

El autor Huxley, Aldous en el libro "Un mundo feliz", trata de explicar de manera interesante principalmente el tema de drogas cabe mencionar que introduce mas temas pero este es el que predomina ya que en este se habla de la relación encontrada entre la felicidad y las drogas.

Cuando escuchamos hablar de las drogas siempre se piensa lo peor se piensa que estas son las culpables del fracaso que los únicos que la consumen son personas que ya no le encuentran sentido a la vida, y e intentan olvidar sus problemas.

Se ha realizado este ensayo para observar los aspectos que relaciono el autor asi como los temas abarcados en este tema de interés y de discusión.

Es así que el autor indica en esta novela las distintos temas pero en el caso de las drogas la llamada soma es la "principal fuente de felicidad" pero no lo es asi porque la felicidad es alcanzada solo por algunos instantes y el abuso de "esta felicidad" hace que se llegue a la muerte como lo que paso en la novela el exceso de la soma ocasiono una muerte.

El autor nos redacta de manera interesante y precisa el drama de esta novela que se ve envuelta en distintos problemas y confusiones donde en un tiempo futuro donde la ciencia ha avanzado tanto que las investigaciones sobre el ser humano había alzancado el punto de procrear a niños y clonar a la gente.

Este es un tema en el que se muestra el claro ejemplo de la relación que se hay entre un tema y otro ya que de este de este se da paso a otro tema y se da la relación de estas ideas.

Un tema curiosidad es el caso de si solo con las drogas se puede ser feliz con lo ya investigado y leido en la novela son dos antitesis diferentes ya que en la novela se cree que eso era la felicidad y en lo investigado no pero las dos legan a la conclusión de que las drogas lo único que traen es muerte y destrucción.

A mi parecer esta novela llamo mi interés ya que mostraron distintos temas abarcados para hacer que el lector cada vez mas se involucre.

Hubo temas en donde existe una clara discusión y argumentación a tal punto que se llega a preguntar cual de las dos opiniones tiene la razón de acuerdo a lo leído con la novela y a lo investigado .

Bibliografía

- **Huxley, Aldous "Un mundo feliz" Colección Literaria Universal Editores Mexicanos Unidos S.A.México 2008 p.p. 199.**

ANEXOS PARA EL ALUMNO

¡HOLA!

Los siguientes apartados los contestarás según te lo indique el colegio, ya sea por medio de tu tutor asignado o del maestro de tu módulo, ¡NO LOS LLENES TU SOLO!, espera las indicaciones por favor.

1. *Actividad de Construye T*
2. *Actividad Extracurricular*
3. *Orientación y tutorías para ti*
4. *Formato de Entrevista Individual de Tutorías*

Actividad de: Construye T Para ti

Conoce T Elige T Relaciona T

6.3 Función evolutiva de las emociones

"No hay ninguna diferencia fundamental entre el hombre y los animales en su capacidad de sentir placer y dolor, felicidad y miseria".
Charles Darwin

¿Te has preguntado por qué a todos nos produce la misma sensación de asco el olor de un alimento echado a perder? O, ¿por qué buscamos establecer un vínculo amoroso con alguien? Las emociones son expresiones naturales del proceso de evolución, las sentimos porque nos ayudan a sobrevivir. Sin embargo, cuando perdemos el control sobre nuestras emociones, en vez de sernos útiles nos pueden llevar a reaccionar de formas de las que después nos arrepentimos. En esta lección vamos a explorar la función evolutiva que tienen algunas emociones.

Construye T

Conoce T Elige T Relaciona T

1. Contesta la siguiente pregunta:
   ¿Consideras que sentir miedo es útil? ¿Por qué?

2. Observa las siguientes imágenes y contesta la pregunta.

a) Karina caminaba en el parque y en la esquina se encontró con este perro que estaba a punto de morderla. Sintió tal miedo que su corazón latió con toda fuerza, su respiración se aceleró cada vez más, sus pupilas se dilataron y sentía su cuerpo listo para salir corriendo a toda velocidad.

¿Crees que en esta situación sea útil para Karina sentir miedo? ¿Por qué?

b) Jorge tiene que presentar su trabajo final frente a toda la escuela. En cuanto fue su turno quedó paralizado, estaba completamente pálido, sudaba, sentía la boca tan seca que no podía hablar.

¿Crees que en esta situación sea útil para Jorge sentir miedo? ¿Por qué?

3. A partir de los elementos discutidos y su respuesta a la pregunta 1, lleguen a una conclusión grupal sobre la utilidad de sentir miedo.

____

____

____

Resumen:

La experiencia emocional que vivimos las personas y los animales es muy similar. Estamos programados biológicamente para sentirlas, desde que nacemos y a lo largo de nuestra vida. En muchas ocasiones nos salvan la vida porque nos permiten reaccionar rápidamente ante situaciones que el cuerpo percibe como peligrosas. Sin embargo, cuando la emoción pierde proporción nos puede llevar a realizar acciones de las que nos podemos arrepentir. Como seres humanos tenemos la capacidad de conocer y regular nuestras emociones para usarlas a nuestro favor y que no nos descontrolen. ¿Cómo? Primero hay que conocerlas.

GLOSARIO

Función evolutiva de una emoción.
Las emociones cuentan con una función evolutiva que nos prepara para enfrentarnos rápidamente con eventos de relevancia vital. Cuando sentimos una emoción como el miedo, se desatan reacciones automáticas en el cuerpo. Por ejemplo: el corazón late más rápido, cambia la expresión facial y los músculos se tensan y activan para salir corriendo en caso necesario. Estas respuestas ocurren debido a que en el curso de nuestra evolución han sido útiles para prepararnos a enfrentar algún peligro y se han convertido en un componente propio de nuestra naturaleza.[1]

Envidia.
Sentimiento negativo por pensar que yo soy merecedor de lo que tiene o consigue otra persona. Deseo fuerte de poseer los bienes o talentos de otra persona; a veces implica que no los tenga ella.[2]

Actividad de: Construye T

Conoce T Elige T Relaciona T

Para ti

Para tu vida diaria

Elige a un personaje de tu serie favorita e identifica:

1) ¿Qué emoción experimenta con mayor frecuencia?

____

____

____

2) Identifica momentos en que consideras que esa emoción le ayuda y momentos en que consideras que le perjudica.

____

____

____

conalep

Actividades extracurriculares

Establece 3 metas, en donde proyectes con imágenes cuáles son tus metas en relación con tu vida personal, académica y profesional en un periodo a corto, mediano y largo plazo.

- Prepárate con una cartulina, revistas, recortes, dibujos, fotografías.

- Antes de empezar cierra tus ojos y regálate unas respiraciones profundas para centrarte y conectar contigo mismo.

- Empieza a ver las revistas con una mente abierta y recorta todo lo positivo que llame tu atención, no te preguntes “por qué”.

- Haz una segunda selección y deja fuera lo que “ya no te latió” tanto y pega las demás.

- Incluye los aspectos importantes en tu vida:
    - Personal
    - Profesional
    - Académicas
- Deja un espacio en el centro y pega una foto tuya en donde estés feliz.

- Obsérvalo terminado y siente cómo será cuando ya has logrado todo lo que está ahí pegado.

- Pégalo en donde lo veas todos los días.

Para quinto semestre

Tutorías

Para
el estudiante
CONALEP

Código: 30-524-PO-08-F12 Revisión: 00 Fecha de elaboración:17/09/2019 Página 1 de 1

Entrevista Diagnóstica

( ) Inicial – 1° ( ) Seguimiento – 2° ( ) Evaluación – 3°

Datos del Plantel y personales del Alumno			
(1) Plantel:	(2) Periodo:	(3) Fecha:	(4) Turno:
(5) Nombre:	(6) Matricula:	(7) Carrera:	(8) Grupo:
(9) Padre/Tutor:	(10) Cel:	(11) Domicilio:	
(12) Observaciones:			

Entrevista Diagnóstica

Marcar con una "X" la respuesta otorgada por el alumno y describe situaciones complementarias que permitan identificar la situación académica		
1°	1.- ¿Conalep fue tu primera opción de ingreso al bachillerato?	(SI) (NO) Por qué? ______
	2.- ¿Dé que subsistema o escuela vienes?	R= ______
2°,3° y 4°	3.- ¿Estás recursando algún módulo? ¿Cuál?	(SI) (NO) Cuál? ______
	4- ¿Tienes problemas con alguna materia en particular? ¿Cuál?	(SI) (NO) Cuál? ______
	4.- ¿Eres alumno regular o de reingreso?	(R) (RI) Motivo? ______
General	5.- ¿Cuál es el área académica o módulo que se te dificulta?	R= ______ Por qué? ______
	6.- ¿Cómo es tu relación con tus compañeros?	(B) (R) Por qué? ______
	7.- ¿Cómo es tu relación con tus maestros?	(B) (R) Por qué? ______
	8.- ¿Existe alguna circunstancia personal o familiar que te perjudique en la escuela?	(SI) (NO) Cuál? ______
(13) Diagnóstico de la Entrevista:		
(14) ¿Se identifica como posible alumno en riesgo? (SI) (NO) ¿Por qué? _____		

Nombre y firma del Tutor Escolar **Jefe de Formación Técnica**

PRIMEROS AUXILIOS PSICOLÓGICOS CONALEP

Plantel 162 - Manuel Rivera Cambas - Xalapa, Ver.

Estimados estudiantes; les saludamos de la manera más cordial y les invitamos a no olvidarse de poner atención en sus necesidades y sentimientos. Consulten a las especialistas que están en la total disposición de apoyarles con toda confiabilidad y seguridad en los temas que pueden inquietarles en estos momentos que vivimos por resguardo ante el Covid-19. Pueden contactarnos a través del Portal Alumno de Conalep y/o en los números telefónicos del plantel. Cuídense mucho y esperamos no dejen a un lado esta valiosa información. Atentamente. Área de Orientación y Tutorías/ Área de Escolares.

Ingresa al Portal del Alumno para más información:

http://alumno.conalep.edu.mx

Jesús Guillermo Arévalo Owseykoff
Director General del Colegio de Educación Profesional Técnica del Estado de Veracruz

José Antonio González Sampieri
Subcoordinador de Servicios Institucionales de Conalep del Estado de Veracruz

César Armin Sampieri Cabal
Jefe de Formación Técnica del Plantel Manuel Rivera Cambas 162 Xalapa

Amado Cornejo Rosales
Desarrollador del Cuadernillo

Alejandra Del Ángel López
María Mildret Méndez Solano
María Dolores Camacho Acosta
Coordinación del Proyecto de Cuadernillos de Módulos de Formación Básica para Conalep

Areli Peternell Gómez
Angélica López Morgado
Marilú Rivas García
María de los Ángeles González Jarquín
Supervisión de Contenido

VERACRUZ GOBIERNO DEL ESTADO
SEV Secretaría de Educación
SEMSyS Subsecretaría de Educación Media Superior y Superior
VERACRUZ ME LLENA DE ORGULLO

conalep
módulo de formación Básica