

“Cuadernillo de actividades”

Docentes desarrolladores:

Karen Adriana Bustos Fajardo



Módulo:

Manejo de espacios y cantidades

PRIMER SEMESTRE

Nombre del Alumno y Grupo:

 **conalep**

módulo de formación

Básica



CONTENIDO

Contenido	2
Propósito del Módulo	3
Dosificación del Programa	4
Unidad 1	5
Unidad 2	26
Unidad 3	39
Unidad 4	47
Técnicas de Estudio	70
Anexos	75
Bibliografía	82



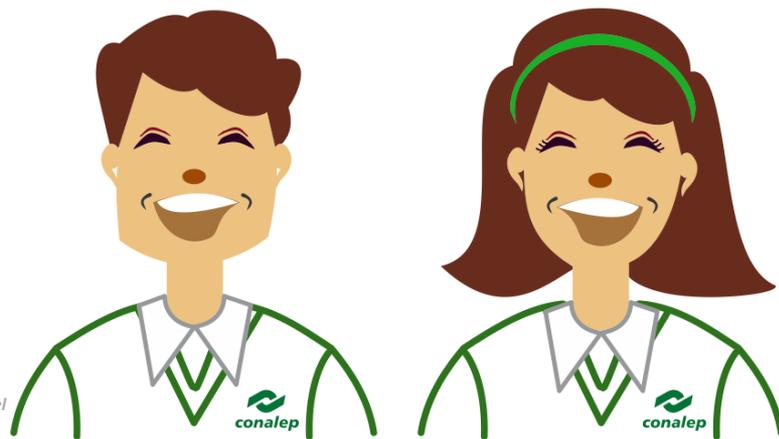
módulo de
formación

Básica



MANEJO DE ESPACIOS Y CANTIDADES

Analizar las expresiones del lenguaje algebraico para aplicarlo en la diversidad de contextos de su vida cotidiana.



DOSIFICACIÓN DEL PROGRAMA

Unidad de Aprendizaje	Aprendizajes esperados	Resultado de aprendizaje
1. Expresión algebraica de variables cuantitativas. 20 horas	<ul style="list-style-type: none"> Transitan del pensamiento aritmético al lenguaje algebraico. Desarrollan un lenguaje algebraico, un sistema simbólico para la generalización y la representación. Expresan de forma coloquial y escrita fenómenos de su vida cotidiana con base en prácticas como: simplificar, sintetizar, expresar, verbalizar, relacionar magnitudes, generalizar patrones, representar mediante símbolos, comunicar ideas, entre otras. 	1.1. Utilizar números reales para representar situaciones contextualizadas de su entorno, en términos cuantitativos. 10 horas
	<ul style="list-style-type: none"> Reconoce la existencia de las variables y distinguen sus usos como número general, como incógnita y como relación funcional. Interpreta y expresan algebraicamente propiedades de fenómenos de su entorno cotidiano. Evalúa expresiones algebraicas en diversos contextos numéricos. 	1.2. Evaluar expresiones del lenguaje algebraico en la solución de problemas cotidianos. 10 horas
2. Análisis de patrones numéricos y series de sucesiones simbólicas 20 horas	<ul style="list-style-type: none"> Reconocen patrones de comportamiento entre magnitudes. Formula de manera coloquial escrita (retórica) numérica y gráficamente patrones de comportamiento. Expresa mediante símbolos fenómenos de su vida cotidiana. 	2.1 Manejar representaciones simbólicas de los fenómenos de variación de la vida cotidiana. 10 horas
	<ul style="list-style-type: none"> Reconoce fenómenos con comportamiento lineal o no lineal. Diferencia los cocientes y/x y $\Delta y/\Delta x$ como tipos de relaciones constantes entre magnitudes. Representa gráficamente fenómenos de variación constante en dominios discretos. 	2.2. Valorar los patrones y fenómenos de comportamiento lineal o no lineal a través de representaciones numéricas y gráficas 10 horas
3. Comparación de magnitudes variables. 25 horas	<ul style="list-style-type: none"> Expresa de forma coloquial y escrita fenómenos de proporcionalidad directa de su vida cotidiana con base en prácticas como: comparar, equivaler, medir, construir unidades de medida, entre otras. Caracteriza una relación proporcional directa. Resignifica en contexto al algoritmo de la regla de tres simple. 	3.1. Representar fenómenos de proporcionalidad con algoritmos. 18 horas
	<ul style="list-style-type: none"> Expresa de manera simbólica fenómenos de naturaleza proporcional en el marco de su vida cotidiana. 	3.2. Elaborar representaciones simbólicas de fenómenos de naturaleza proporcional. 7 horas
4. Representación de soluciones y ecuaciones lineales. 25 horas	<ul style="list-style-type: none"> Simboliza y generaliza fenómenos lineales y fenómenos cuadráticos mediante el empleo de variables. Significa, gráfica y expresa algebraicamente, las soluciones de una ecuación. Interpreta la solución de un sistema de ecuaciones lineales. 	4.1. Utiliza sistemas de ecuaciones lineales con una, dos o tres variables para resolver analítica y gráficamente problemas de la vida cotidiana. 15 horas
	<ul style="list-style-type: none"> Opera y factoriza polinomios de grado pequeño. 	4.2. Emplea ecuaciones cuadráticas para resolver problemas reales, mediante la representación simbólica y gráfica. 10 horas

*Nota: Las habilidades socioemocionales se desarrollarán en la Guía Pedagógica del módulo.



Unidad y Resultados de Aprendizaje

Expresión algebraica de
variables cuantitativas



UNIDAD

1

- 1.1** Utiliza números reales para representar situaciones contextualizadas de su entorno, en términos cuantitativos.
- 1.2** Evalúa expresiones del lenguaje algebraico en la solución de problemas cotidianos.

¡HOLA BIENVENIDOS A LA CLASE!

“Manejo de espacios y cantidades”



EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA



Evaluación Diagnóstica del módulo Manejo de espacios y cantidades.

Instrucciones: Contesta la siguiente Evaluación Diagnóstica, cuyo objetivo es conocer el dominio del módulo.

Identifícalas como Falsas (F) o Verdaderas (V) según corresponda.



El conjunto se puede entender como una colección o agrupación de objetos definida.

Se le llaman “partes” a cada integrante de un conjunto.

Los números reales pueden representarse gráficamente en la recta numérica.

Los porcentajes analizan que tan grande o pequeña es una cantidad tomando como referencia otra cifra.

Binomio cuadrado significa multiplicar el binomio por si mismo 3 veces.

Monomio es aquella expresión que consta de un término .

Se le llama termino algebraico a aquel que consta de un coeficiente de una literal, signo y exponente.

Este es un ejemplo de numero irracional: 1

Una ecuación consiste en cuidar la desigualdad.

Una igualdad es una operación de comparación entre dos cantidades.

1.1 UTILIZA NÚMEROS REALES PARA REPRESENTAR SITUACIONES CONTEXTUALIZADAS DE SU ENTORNO, EN TÉRMINOS CUANTITATIVOS.

USO DE LOS NÚMEROS REALES.

Los números reales son cualquier número que corresponda a un punto en la recta real y pueden clasificarse en números naturales, enteros, racionales e irracionales. En otras palabras, cualquier número real está comprendido entre menos infinito y más infinito y podemos representarlo en la recta. Los números reales son todos los números que encontramos más frecuentemente dado que los números complejos no se encuentran de manera accidental, sino que tienen que buscarse expresamente. Uno de los aspectos implicados en la noción de cantidad tiene que ver con la representación Gráfica convencional, con el uso de numerales. Se considera que la representación gráfica de las cantidades es una de las vías que permite esclarecer la forma en las que se aproximan a este conocimiento. Un número real puede ser racional e irracional, por lo tanto este conjunto de números es la unión del conjunto de los números racionales (fracciones) y el conjunto de los números irracionales (aquellos que no pueden expresarse como fracción). Los números reales cubren la recta real y cualquier punto de esta es un número real, y se designan con el símbolo R.



www.pixabay.com



DEFINICIÓN BREVE DE NÚMEROS REALES

Los números reales son todos aquellos que pueden representarse en una recta numérica.



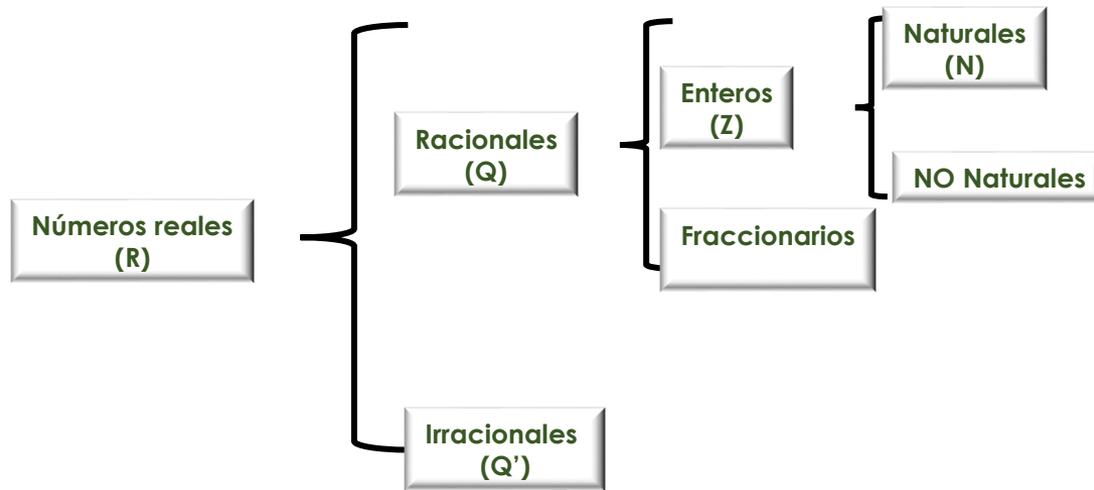
www.pinterest.com



¿CUÁL CREES QUE ES EL NÚMERO FAVORITO DE LA MAYORÍA DE PERSONAS?

El número más popular es el 7. En una encuesta realizada por Alex Bellos, escritor especializado en temas como las matemáticas y ciencia, 300 personas -sobre el 10% de los encuestados- eligieron el 7 como su cifra preferida. La segunda más popular era el 3. De hecho, el 7 es uno de los números más populares en la cultura humana empezando por las 7 maravillas del mundo, pasando por los 7 pecados capitales y los 7 colores del arcoíris, 7 días de la semana, 7 enanitos de Blancanieves... ¿Qué tendrá este número que tanto nos gusta? Hay quienes aseguran que su popularidad se debe a que son 7 los cuerpos celestes que podemos ver en el cielo (el Sol, la Luna, Mercurio, Venus, Marte, Jupiter y Saturno).

CLASIFICACIÓN DE LOS NÚMEROS REALES.



www.pixabay.com

Números racionales

El conjunto de números racionales es representado por la letra **(Q)** e incluyen a todos aquellos números que pueden ser escritos como una fracción de números enteros.

Es decir, este conjunto incluye:

- El conjunto de números enteros positivos y negativos, ejemplo: **(3,-2)**
- El conjunto de los números decimales (fraccionarios) ejemplo: **(18/6, 25/100)**
- El conjunto de los números naturales (enteros positivos), ejemplo: **(1,2)**
- El conjunto de los números NO naturales (enteros negativos), ejemplo: **(-1,-2)**.

Números irracionales

Los números irracionales son todos los números reales que no son números racionales; los números irracionales no pueden ser expresados; significando que no hay una longitud que pudiera ser “medida” con un entero particular, ejemplo:

- La representación decimal del número π (pi) comienza con 3.14159265358979...

Actividad #1 “Clasifica correctamente los números reales”

Instrucciones: Del siguiente cuadro de números toma cada uno de los números y clasifícalo en el concepto que corresponda de la lista de la derecha, según la lectura anterior.

-Si consideras que algún numero se repite en dos o más conceptos, adelante.



-25	0.25	5/2
-7	3/3	e
π	18.5	-4/3
$\sqrt{2}$		4 π

1. **Números Racionales:**
2. **Números Enteros:**
3. **Números Irracionales:**
4. **Números Naturales:**
5. **Números NO Naturales:**



<< 1.1.2 APLICACIÓN DE LOS NÚMEROS REALES >>

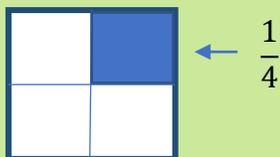
Las fracciones son expresiones matemáticas que aportan múltiples usos en la vida diaria, ya que, sus elementos (numerador y denominador) representan conjuntos, subconjuntos o integridades que han de ser divididas o estudiadas por separado.

SUMA, RESTA, MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES

Dada una fracción a/b

- a es el numerador
- b es el denominador

Si dividimos un todo en b partes iguales, la fracción a/b son a de estas partes:



SUMA Y RESTA DE FRACCIONES CON DENOMINADOR COMÚN

Suma: Cuando dos fracciones tienen el mismo denominador, su suma se calcula sumando los numeradores. Los denominadores no se suman

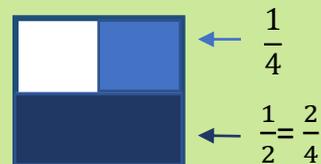
Resta: La resta de dos fracciones con denominador común se calcula restando sus numeradores:

Ejemplos:

- ✓ $\frac{2}{10} + \frac{3}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$
- ✓ $\frac{1}{10} - \frac{9}{10} = -\frac{8}{10} = -\frac{4}{5}$
- ✓ $\frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$
- ✓ $\frac{3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$

SUMA Y RESTA DE FRACCIONES CON DISTINTO DENOMINADOR

Suma: Si los denominadores son distintos, la suma no se calcula simplemente sumando sus denominadores. Por ejemplo, consideremos las fracciones:



Resta:

Para calcular la resta, procedemos del mismo modo, pero restando los numeradores en el paso final.

Ejemplos:

- ✓ $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{2+4}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$
- ✓ $\frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{2-4}{8} = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}$
- ✓ $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{2+4}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$
- ✓ $\frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{2-4}{8} = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}$

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$



MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES

Multiplicación de fracciones

La multiplicación de fracciones es muy fácil de calcular y no importa si tienen denominador común o no. Para multiplicar fracciones, se multiplican los numeradores entre sí y se multiplican los denominadores entre sí. Luego si es necesario se simplifica la fracción resultante.

División de fracciones

La división de fracción se calcula multiplicando numerador y denominador en forma cruzada. Es decir, el numerador es el producto del numerador de la primera fracción y del denominador de la segunda.

El denominador es el producto del denominador de la primera fracción y del numerador de la segunda.

En caso de multiplicación:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{axc}{bxd}$$

En caso de división:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{axd}{bxc}$$



www.pixabay.com



Los egipcios resolvían problemas de la vida diaria mediante operaciones con fracciones. Entre ellas la distribución del pan, el sistema de construcción de pirámides y las medidas utilizadas para estudiar la tierra. Esto lo comprobamos en numerosas inscripciones antiguas como el Papiro de Ahmes.

Ejemplos de multiplicación y división de fracciones:

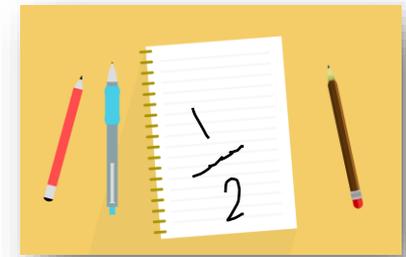
$$\checkmark \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\bullet \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$\checkmark \frac{4}{5} \times \frac{1}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{120} = \frac{1}{15}$$

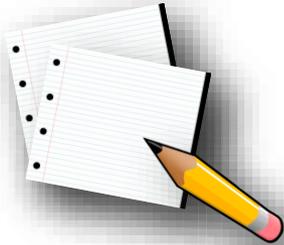
$$\bullet \frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\checkmark \frac{3}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$$



Actividad #2 "Resuelve las operaciones"

Instrucciones: Resuelve las siguientes operaciones de suma, resta, multiplicación y división de fracciones.



$$\diamond \frac{1}{4} + \frac{3}{2} =$$

$$\diamond \frac{1}{4} - \frac{3}{2} =$$

$$\diamond \frac{3}{5} + \frac{1}{2} =$$

$$\diamond \frac{3}{5} - \frac{1}{2} =$$

$$\diamond \frac{1}{4} \times \frac{3}{2} =$$

$$\diamond \frac{1}{4} \div \frac{3}{2} =$$

$$\diamond \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} =$$

$$\diamond \frac{3}{5} \div \frac{1}{2} =$$



POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN

POTENCIA

La potenciación es la operación que permite obtener el valor de una potencia. Una potencia es un producto de factores iguales. Una potencia se expresa con dos términos:

Base: Es el factor que se multiplica por si mismo varias veces.

Exponente: Es el número de veces que la base se multiplica por sí misma.

a^n base (a) exponente (n)

$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots$ n veces $\dots \cdot a$

Ejemplos:

$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$ **Se lee:** 3 elevado 4 o 3 a la 4.

$3^6 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 729$

$5^5 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 3,125$

$9^3 = 9 \cdot 9 \cdot 9 = 729$



www.pixabay.com

RADICACIÓN

Se llama radical: $\sqrt{\quad}$

Términos de una raíz

Radicado : Es el número al que se le quiere hallar la raíz. Se coloca debajo del radical.

Raíz: Es el resultado de la operación.

Índice: Es el número al que hay que elevar la raíz para que nos dé el radicando. El índice 2 no se expresa.

Resto : Es la parte sobrante del radicando al que no se puede calcular la raíz. Es la diferencia que hay entre el radicando y la raíz elevado a su índice

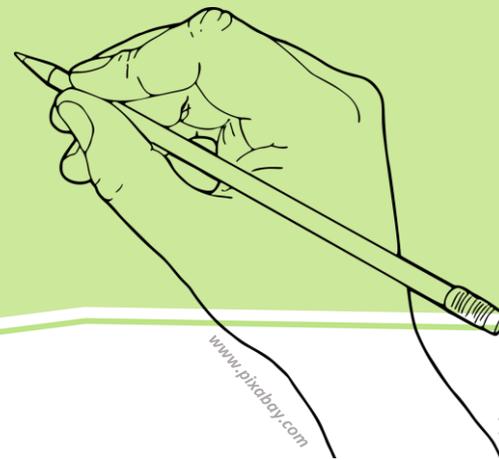
La raíz cuadrada de un número es aquel otro que elevado al cuadrado nos da dicho número.

Ejemplos:

$\sqrt{16} = 4 = 4 \times 4$ **El índice de una raíz cuadrada es 2 pero no se expresa.**

$\sqrt{9} = 3 = 3 \times 3$

$\sqrt{25} = 5 = 5 \times 5$

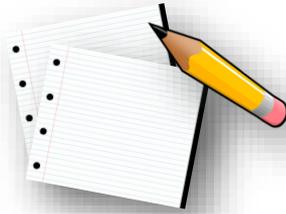


www.pixabay.com



Actividad #3 “Resuelve las operaciones de potencias y radicación”

Instrucciones: Recuelve cada inciso.



- Indica cuál es la base y el exponente de cada una de las siguientes potencias y escribe como se leen:

a) 3^6

b) 10^2

c) 5^4

d) 4^5

- Comprueba cuáles de estas raíces cuadradas son correctas. (Considera correctas las raíces que son exactas o enteras por defecto)

a) $\sqrt{225} = 15$

b) $\sqrt{81} = 9$

c) $\sqrt{36} = 6$

d) $\sqrt{66} = 8$



<< 1.1.3 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS >>

En la mayoría de los problemas matemáticos se pueden utilizar fórmulas o modelos matemáticos para su solución, abordaremos problemas de forma aritmética para resolverlos.

Ejemplos:

1.- Para construir una barda se requieren 300 ladrillos. Si cada hora se colocó $\frac{1}{15}$ del total de ladrillos ¿En cuántas horas se colocaron 225 ladrillos?

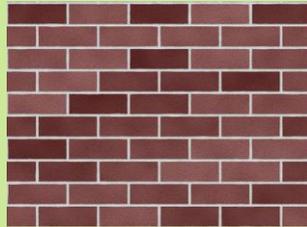
Solución:

$$\frac{1}{15} \times \frac{300}{1} = \frac{300}{15} = 20$$

Ladrillos x hr.

Para saber en cuantas horas se colocaron 225 ladrillos se divide esta cantidad, entre el numero de ladrillos que se colocan en una hr.

$$\frac{225}{20} = 11 \frac{1}{4} \text{ horas es el resultado.}$$



www.pixabay.com

2.-Al comprar un vestido se pagaron \$440 si el vestido estaba marcado en \$380. ¿En qué porcentaje incrementó su costo?

Solución:

$$380=100\%$$

$$440-380=\$60 \text{ Incrementó}$$

$$\frac{\$380}{\$60} \frac{100\%}{x=?} = 15\% \text{ Incrementó}$$



www.pixabay.com

3.-Un contenedor de agua de 500 litros está lleno hasta un cuarto de su capacidad total. Si se agregan al contenedor 300 litros. ¿Qué parte del total de agua del contenedor se debe agregar para llenarlo?

Solución:

Determinar los litros que tiene el contenedor, si está lleno hasta un cuarto de su capacidad total, entonces:

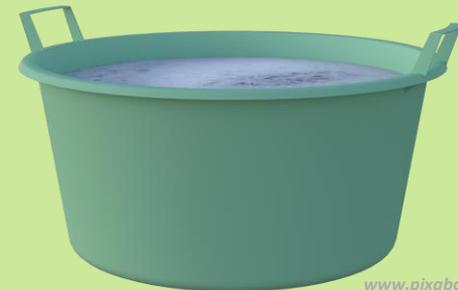
$$\frac{1}{4} \frac{500}{1} = 125 \text{ Litros}$$

Posteriormente se agregan 300 litros por lo tanto se tendrán en total $125+300=425$ litros.

Para que el contenedor se llene le faltan: $500-425=75$ litros

Y esta cantidad en fracción representa:

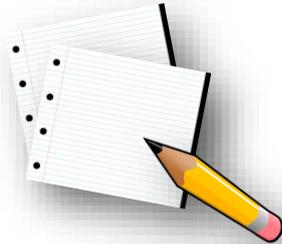
$$\frac{75}{500} = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$$



www.pixabay.com



Actividad #4 “Resuelve los siguientes problemas aritméticos”



- **Instrucciones:** Lee con atención y resuelve los siguientes problemas.

- He leído $\frac{2}{5}$ partes de un libro, lo que equivale a 100 paginas. ¿Cuántas paginas tiene el libro? ¿Cuántas paginas me faltan por leer?
- En el cheque quincenal de mi papá aparece un descuento de \$1708 y su salario según el contrato es de \$8450, ¿Qué porcentaje le están descontando?
- Ejercicio D: Un tinaco de agua de 1000 L tiene $\frac{1}{3}$ parte de agua. En el primer día se llena con 300 L más, y se vacía con $\frac{1}{2}$ de su capacidad inicial, indique cuantos litros de agua se queda el tinaco al final del día.
- Ejercicio E: Rodrigo tarda 5 hrs en pintar una barda, Luis tardaría 3 hrs en pintar la misma barda y Carlos tarda 4 hrs. Si entre los tres pintan la barda al mismo tiempo, ¿De cuánto tiempo estamos hablando?



★ 1.2 EVALÚA EXPRESIONES DEL LENGUAJE ALGEBRAICO EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS COTIDIANOS.

INTRODUCCIÓN AL LENGUAJE ALGEBRAICO

Una expresión algebraica en un conjunto de números y letras que se combinan con los signos de las operaciones aritméticas. Aquella que está constituida por coeficientes, exponentes y bases.

Ejemplo de una expresión algebraica:



Coeficiente numérico: es la cantidad numérica que se encuentra a la izquierda de la base, que indica la cantidad de veces que la base se debe sumar o restar dependiendo del signo que tenga.

Ejemplo: $9x^6 = x^6 + x^6$

Explicación: 9 es el coeficiente e indica que x^6 debe escribirse 9 veces como sumando.



DEFINICIÓN BREVE DE ALGEBRA

Algebra se define como el uso de símbolos, números o letras para representar cantidades indeterminadas y solucionar problemas cotidianos, mediante operaciones aritméticas.

Dado un enunciado, se representa por medio de una expresión matemática.

Enunciado	Expresión algebraica
Un número cualquiera	x
El doble de un número x	$2x$
El triple de un número n	$3n$
La quinta parte de un número p	$\frac{1}{5}n$
La mitad de un número m	$\frac{1}{2}m$
El cuadrado de un número z	z^2
El sucesor de un número y	$y+1$
El antecesor de un número k	$k-1$
Un número par	$2n$
Un número impar	$2n-1$

Actividad #5 “Completa las siguientes expresiones algebraicas”



- **Instrucciones:** Relaciona el listado de frases con respecto a una expresión algebraica.

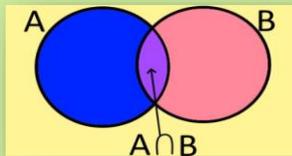
Frase		Expresión Algebraica
a) Un numero más 3	()	1) $z-10$
b) Un numero disminuido en 10	()	2) $2(a+b)$
c) Dos veces la suma de dos numeros	()	3) $a+3$
d) Cinco veces un numero	()	4) x^2
e) El cuadrado de un numero	()	5) $5x$



TEORÍA DE CONJUNTOS

La teoría de conjuntos es una rama de la lógica-matemática que se encarga del estudio de las relaciones entre entidades denominadas conjuntos. Los conjuntos se caracterizan por ser colecciones de objetos de una misma naturaleza. Dichos objetos son los elementos del conjunto y pueden ser: números, letras, figuras geométricas, palabras que representan objetos, los objetos mismos y otros.

Fue Georg Cantor, hacia finales del siglo XIX, quien propuso la teoría de conjuntos. Mientras que otros notables matemáticos en el siglo XX hicieron su formalización: Gottlob Frege, Ernst Zermelo, Bertrand Russell, Adolf Fraenkel entre otros.



www.lifeder.com

Los diagramas de Venn son la forma gráfica de representar un conjunto.

Suponga el conjunto V formado por las letras que conforman las vocales:

$$V = \{ a, e, i, o, u \}$$



DEFINICIÓN BREVE DE CONJUNTO

Un conjunto se puede definir como una colección o agrupación bien definida de objetos de cualquier clase. Los objetos que conforman el conjunto son llamados elementos de un conjunto.

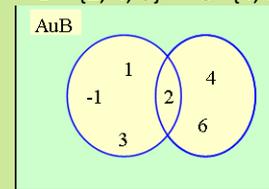


Unión de conjuntos:

Al realizar esta operación estamos conformando un nuevo conjunto, que se llama conjunto solución, que contiene todos los elementos o miembros de los conjuntos que se estén uniendo, sin que ninguno de sus miembros se repita en el conjunto solución. Por ejemplo:

Dados: $A = \{-1, 1, 2, 3\}$ $B = \{2, 4, 6\}$ $C = \{4, 5, 7, 8\}$

$$A \cup B = \{-1, 1, 2, 3, 4, 6\}$$



<http://artigoo.com/>

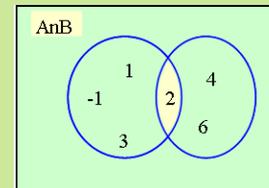
Resolvemos también:

$$A \cup B \cup C = \{-1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

Intersección de conjuntos:

Esta operación entre conjuntos conforma un nuevo conjunto que contenga los elementos o miembros comunes a los conjuntos que hagan parte de esta operación. Por ejemplo si consideramos los conjuntos A, B y C arriba mencionados, al operar; se obtiene:

$$A \cap B = \{2\}$$



<http://artigoo.com/>

Diferencia de conjuntos:

Cuando se analiza la diferencia entre A y B, se obtiene como respuesta exclusivamente los elementos del conjunto A. Por ejemplo si consideramos los conjuntos A, B, C que aparecen arriba:

$$A - B = \{1, 1, 3\}$$

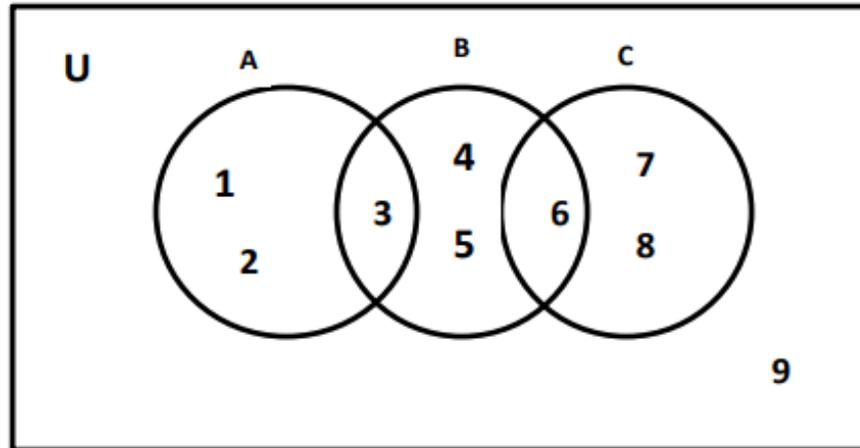
Producto de conjuntos:

Es la multiplicación que se produce entre cada uno de los elementos de un conjunto con cada uno de los elementos de otro u otros conjuntos.

$$A \times B = \{(-1,2), (-1,4), (-1,6), (1,2), (1,4), (1,6), (2,2), (2,4), (2,6), (3,2), (3,4), (3,6)\}$$

Actividad #6 "Resuelve las operaciones de conjuntos"

- Instrucciones: Dado del siguiente universo de conjuntos resuelve las operaciones que se te piden.



1. $(A \cup B) =$
2. $(A \cup B \cup C) =$
3. $(A \times B) =$
4. $(A - C) =$
5. $(B \cap C) =$



COMPONENTES DE LA EXPRESIÓN ALGEBRAICA

Término algebraico es aquella expresión formada por un signo, un coeficiente, una parte literal y un exponente, como se expresa a continuación:

$$-9x^6$$

Signo: -

Coeficiente: 9

Parte literal: x^6

Exponente: 6

CLASIFICACIÓN DE LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Monomio

Las expresiones algebraicas llamadas monomios con aquellas que están compuestas por un sólo término.

Un ejemplo sería:

$$2x^2$$

$$2x^2y^3z.$$

Polinomios

Los polinomios son una clasificación de expresiones algebraicas que según la cantidad de términos por la que está formada cambia su nombre: binomio, trinomio, polinomio, etcétera. En general se componen por dos o más términos.

Binomio (Dos términos): $a^4 b^5 + 3 a^2 b^2 c^7$

Trinomio (Tres términos): $ab^3 + 5a^2 b^7 m - 35 abx^5$

Polinomio (Cuatro o más términos): $ab^3 + 5a^2 b^7 m - 35 abx^5 + 2x$



<https://expresionesalgebraicasb.blogspot.com/p/datos-curiosos.html>

¿Sabías que el buscador más famoso del mundo, Google, es una expresión algebraica o ecuación? Sí, es una ecuación, que resuelve más de 500 millones de variables y más de 2000 millones de términos. Además, a parte de buscar las palabras solicitadas, las evalúa según la importancia.



www.pixabay.com



Actividad #7 “Contesta la tabla”

✓ Instrucciones: Completa la siguiente tabla, identificando los elementos que componen una expresión algebraica

No	Término Algebraico	Signo	Coficiente	Exponente	Literal
1	$3a^6$				
2	$-\frac{1}{2}x^4$				
3	B				
4	$123y^{-1/3}$				
5	$\frac{4}{5}z^7$				
6	$-m^2n^3$				
7	$-\frac{3}{5}r^7s^3$				
8	$72b^3c^7$				
9	$\frac{7}{12}g^{2/5}h^{1/3}$				
10	$-56y^2z^5$				

Actividad extraída de la Guía Pedagógica de Conalep



Actividad #8 "Contesta la tabla"

✓ Instrucciones: De las siguientes expresiones algebraicas, completa el cuadro según corresponda.

Expresión	Tipo (Monomio, binomio....)
$3x^2 - 5xy^3 - 12$	
$-20x^3y^2zw$	
$8 + 5xy^4$	
$\frac{1}{x^2} - 3x^5 - 1$	
$2x - 3y^3 + 5z$	
$8z^4 - 75x^2y^4 - 120$	
$x + y - z$	
$48 - x^3y^5$	
$\frac{8d^4 - 4f^3 - 2}{9}$	
$3x^{\frac{2}{5}} + 6y^{\frac{1}{2}}$	
$\frac{2}{7}m^{\frac{3}{4}}n^{\frac{1}{5}} + 4m^{\frac{1}{7}}n^{\frac{2}{3}}$	

Actividad extraída de la Guía Pedagógica de Conalep

- Se puede entender como la agrupación definida de elementos.
 - Coficiente
 - Conjunto
 - Producto
- Está constituida por coeficientes, exponentes y bases.
 - Números reales
 - Expresión algebraica
 - Conjunto
- Se pueden expresar en una recta numérica
 - Binomios
 - Números reales
 - Factorizaciones
- ¿Cuál es el valor con punto decimal de la expresión $\frac{10}{3}$?
 - 10.33
 - 3.33
 - 33.3
- Resuelve la siguiente operación $\frac{10}{3} + \frac{3}{10}$?
 - $\frac{109}{30}$
 - $\frac{13}{13}$
 - $\frac{30}{30}$
- ¿Cuál es el 15% de 600?
 - 60
 - 70
 - 90
- El triple de una cantidad
 - $3x$
 - 3
 - x^3
- El resultado de la expresión 9^2
 - 11
 - 18
 - 81
- Ejemplo de monomio
 - $-3x^2yz$
 - $-3x^2 + yz$
 - $-3x^2 + y + z$
- A esta expresión se le llama $x^2 + 2yz$
 - Monomio
 - Trinomio
 - Binomio



Unidad y Resultados de Aprendizaje

Análisis de patrones numéricos y series de sucesiones simbólicas



UNIDAD

2

2.1. Identificar los patrones y fenómenos de comportamiento lineal o no lineal a través de representaciones numéricas y gráficas.

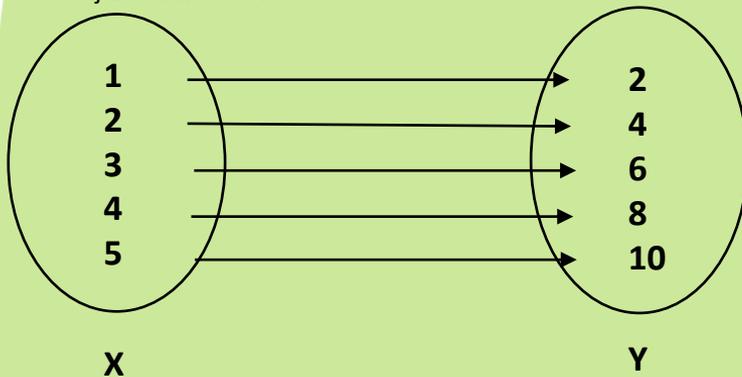
2.2 Maneja representaciones simbólicas de los fenómenos de variación de la vida cotidiana.

2.1 IDENTIFICAR LOS PATRONES Y FENÓMENOS DE COMPORTAMIENTO LINEAL O NO LINEAL A TRAVÉS DE REPRESENTACIONES NUMÉRICAS Y GRÁFICAS.

SUCESIONES LINEALES

Función es la relación entre los elementos de dos conjuntos, de modo que cada elemento de primer conjunto (conocido como origen) corresponde uno y solamente un elemento del otro conjunto (llamado destino).

Sea $x = 1, 2, 3, 4, 5$ el **conjunto origen** y $y = 2, 4, 6, 8, 10$ el **conjunto destino** de la relación f . La grafica siguiente muestra la relación de los conjuntos. $X \rightarrow Y$



Estos mismos se pueden representar en pares ordenados mediante la notación cartesiana:

$$F = \{(1,2), (2,4), (3,6), (4,8), (5,10)\}$$

De modo que y es el doble de x ; es decir, $y = f(x) = 2x$.

Para entender un poco mejor esto hablaremos brevemente del plano cartesiano.

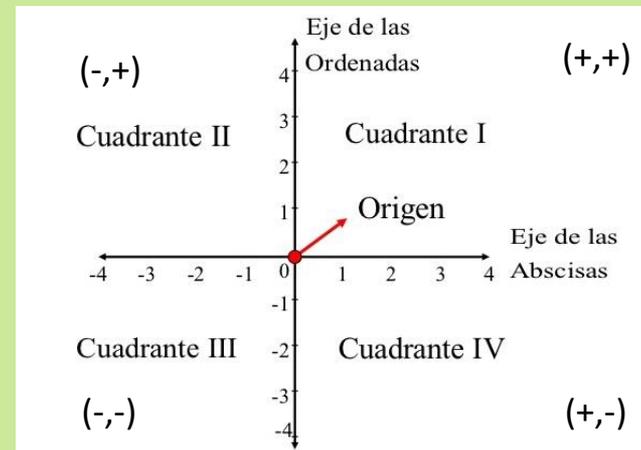
Plano cartesiano

Con la idea de plasmar su pensamiento filosófico, René Descartes construyó un plano con dos rectas que se cruzaban en un punto de forma perpendicular. A la recta vertical la llamó eje de ordenadas y a la recta horizontal de eje de abscisas. Así, a un punto cualquiera determinado por un valor en abscisas y otro en ordenadas lo conocemos como coordenada.

Los puntos a representar se marcan entre paréntesis separados por una coma. Por ejemplo, para si queremos representar dos unidades del eje de abscisas y una unidad del eje de ordenadas escribiremos (x,y) .

Se conoce como origen de coordenadas al punto $(0,0)$. Es decir, aquel punto en el que se cruzan los dos ejes de manera perpendicular.

La representación del plano es la siguiente.



FUNCIÓN LINEAL

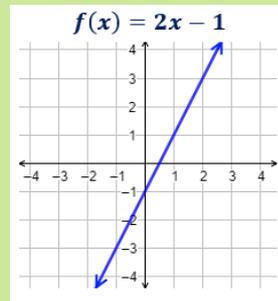
Una función lineal es una función polinómica de primer grado. Es decir, tiene la siguiente forma.

$$f(x) = mx + b$$

- m es la pendiente de la función.
- b es la ordenada (en el origen) de la función.

La gráfica de una función lineal es siempre una recta.

Ejemplo:



www.problemasyeecuaciones.com

La pendiente de la recta es $m = 2$ y la ordenada es $b = -1$.

Geoméricamente, cuanto mayor es la pendiente, más inclinada es la recta. Es decir, más rápido crece la función.

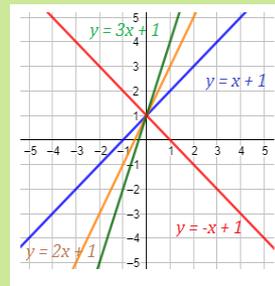
Si la pendiente es positiva, la función es creciente.

Si la pendiente es negativa, la función es decreciente.

Ejemplo:

Rectas con pendientes 1, 2, 3 y -1:

Ejemplo:



www.problemasyeecuaciones.com



El plano cartesiano fue una invención de René Descartes, filósofo central en la tradición de Occidente. Su perspectiva filosófica se basó siempre en la búsqueda del punto de origen del conocimiento.

Como parte de esa búsqueda, realizó amplios estudios sobre la geometría analítica, de la cual se considera padre y fundador. Logró trasladar matemáticamente la geometría analítica al plano bidimensional de la geometría plana y dio origen al sistema de coordenadas que aún hoy utilizamos y estudiamos.



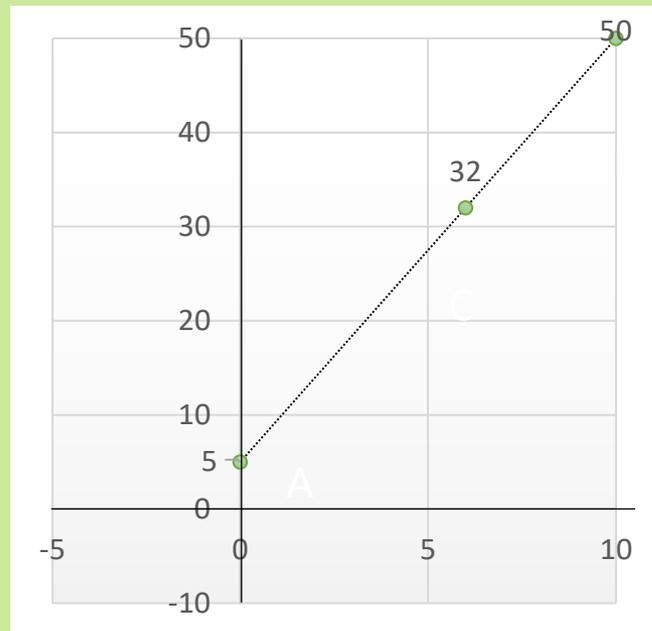
www.pixabay.com

COMPRENDO

En diversas ocasiones es de mucha utilidad observar de forma grafica el comportamiento de cierto fenómeno aritmético.

Por ejemplo, se sabe que cierto taxista cobra por su servicio \$5 sin que haya avanzado y se tiene la certeza de que al recorrer 10 km se debe pagar una cantidad de \$50, ¿Cuánto se pagara si recorre 6 km?

En este caso se nota la dificultad aritmética en el problema, pero un vistazo de la situación se presenta en la siguiente figura en donde el punto A y B el inicio y el final de los 10 km bajo las tarifas citadas. Eje horizontal representa los kilómetros y el vertical el costo por pagar.



Eje x	Eje y
0	5
6	32
10	50

Respuesta: Pagará \$32 cuando el taxi haya recorrido 6 km.

Matemáticamente y es función de x cuando a cada valor de la variable x le corresponde un valor de la variable y de acuerdo con la regla de correspondencia. Se representa por $y=f(x)$. En este caso la variable dependiente es Y y la variable independiente es x .

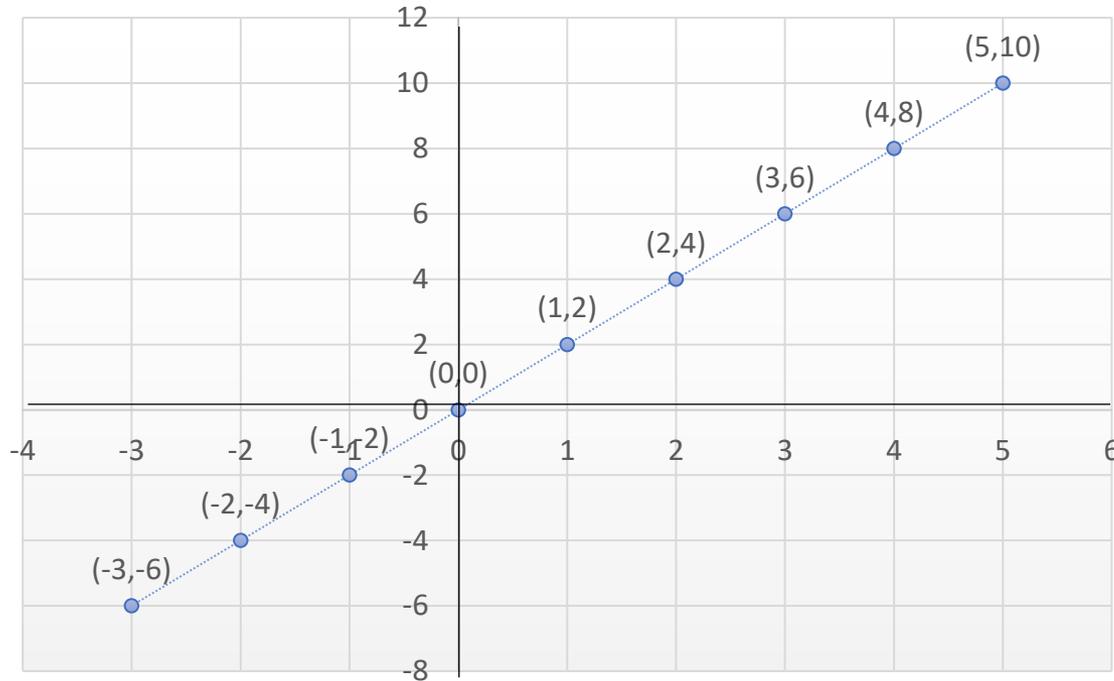
Las reglas de correspondencia de funciones pueden ser expresadas mediante formulas o ecuaciones que relacionen a la variable dependiente con la variable independiente. Por ejemplo, las expresiones $y=2x$ y $y=-3^2x + 5x - 7$, son funciones expresadas por medio de ecuaciones la primera es una función lineal de primer grado y la segunda es cuadrática o de segundo grado.

En este caso estaremos hablando de la representación de funciones lineales, para eso necesitamos:

- Crear una tabla de valores para determinar los pares coordenados.
- Trazar los puntos en el plano coordenado.
- Unir los puntos mediante una recta.



www.pixabay.com

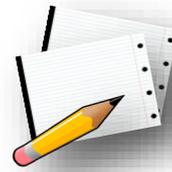


Eje x	Eje y
-3	-6
-2	-4
-1	-2
0	0
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10

Ejemplo Representa gráficamente la función $y=2x$.

Solución:

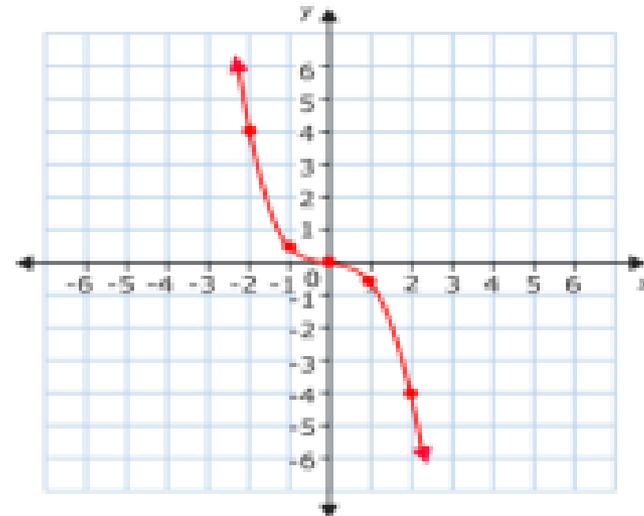
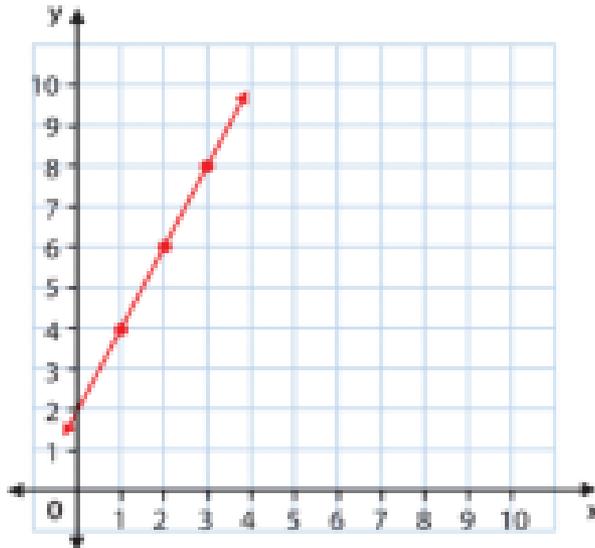
Bastara obtener 2 puntos coordenados, pero en esta ocasión trazaremos 9 de ellos. Los puntos coordenados se obtienen al sustituir cada valor respectivo de x.



Actividad #9

“Funciones lineales”

1. **Instrucciones:** Indica si las siguientes funciones son lineales o no y fundamenta tu respuesta.



2. **Instrucciones:** Indica si las siguientes funciones son lineales o no y fundamenta tu respuesta.

- a) $y = 7x - 2$
- b) $y = x^2$
- c) $y = 4x - 12$





Actividad #10

“Resuelve las sucesiones con la fórmula estudiada anteriormente”

Instrucciones: Contesta cada problema.

1. Encontrar el 7º término de la Sucesión Geométrica $\{-3, 6, -12, \dots\}$

2. Encontrar el 5º término de la Sucesión Geométrica $\{4, 8, 16, \dots\}$

3. Encontrar el 4º término de la Sucesión Geométrica $\{1, 2, 4, \dots\}$

4. Encontrar el 9º término de la Sucesión Geométrica $\{10, -20, 40, \dots\}$

5. Encontrar el 10º término de la Sucesión Geométrica $\{15, 30, 60, \dots\}$



2.2 MANEJA REPRESENTACIONES SIMBÓLICAS DE LOS FENÓMENOS DE VARIACIÓN DE LA VIDA COTIDIANA.

Fenómenos de variación de la vida cotidiana.

Este se ocupa del tratamiento del cambio, la predicción y la acumulación. Se parte de la variación lineal para conducir a la variación no lineal, la cual es vista localmente linealizable. Esta técnica, de “mirar de cerca”, para reconocer la variación lineal, resultó una herramienta poderosa para modelar situaciones de cambio tanto en matemáticas como en ciencias. El crecimiento poblacional, la densidad, la razón de cambio, la velocidad, el área, el perímetro... pueden ser vistos como casos particulares de procesos predictivos que hacen uso de la derivación y la integración de funciones. Su importancia manifiesta, hace que todo ciudadano, en una sociedad del conocimiento, deba desarrollar esta manera de pensar.

Las funciones, como modelos del cambio, resultan de la mayor importancia, tanto por su potencialidad para las matemáticas y las ciencias, como por su flexibilidad para la representación en un sinnúmero de situaciones. El estudio de las funciones, algebraicas y trascendentes elementales, brinda la primera síntesis de las matemáticas que han sido estudiadas hasta este momento. Es pues, en este eje de aprendizaje donde efectivamente se articulan los aprendizajes previos y se da inicio a las llamadas matemáticas superiores, pues aquí se vinculan elementos de Aritmética, Álgebra, Geometría, Trigonometría y Geometría analítica, con el cambio y la variación con fines predictivos. En esta labor, el tratamiento del infinito habrá de hacerse intuitivamente como procesos sin fin, o como procesos recursivos, de los que, en ciertos casos, conoceremos sus situaciones límite

Variación lineal

Una variable lineal se determina porque al cambiar el valor de la variable independiente “x” de uno en uno, siempre aumenta o disminuye la misma cantidad, la variable dependiente “y”.

Ejemplo

	Numero de cajas (x)	Costo total \$ (y)	
+1	0	10] +5] +5] +5] +5] +5
	1	15	
+1	2	20	
	3	25	
+1	4	30	
	5	35	

Como podemos observar en cada conjunto aumentó de forma proporcional, en x aumentó siempre una unidad, y en y aumentó 5 unidades cada vez, al analizarlo, nos damos cuenta que es una variación lineal, ya que es constante.



Interesante, ¿No crees?

Vamos a ver un ejemplo...

Los alumnos de una escuela harán cajitas de cartón para regalos y las venderán entre familiares y amigos; el dinero recaudado se usará, para renovar el botiquín escolar.

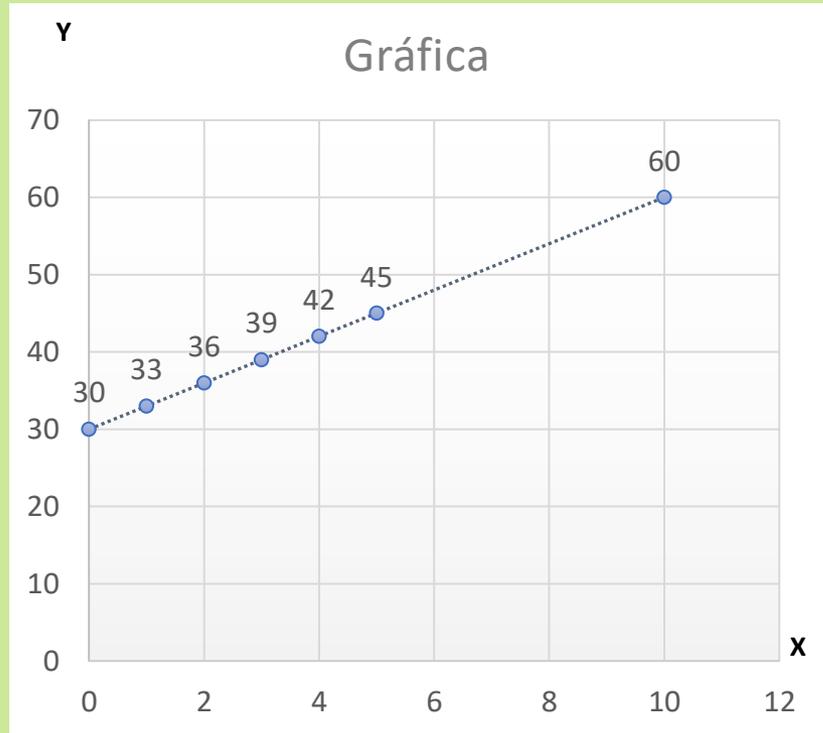
✓ Este es el proyecto de Leticia.



www.pixabay.com

Proyecto de leticia							
Se requiere una inversión inicial de \$30.00 y cada caja tiene un costo de producción de \$3.00.							
Numero de cajas (x)	0	1	2	3	4	5	10
Costo de producción \$ (y)	30	33	36	39	42	45	60

Ya que obtuvo la tabla de valores Leticia realizó la gráfica.



Conclusión.

Leticia pensó con ver la tabla que se trataba de una variación lineal porque los datos que incrementaban en x y en y eran constantes, pero al realizar la grafica lo confirmó, ya que una variación lineal siempre será representada en una grafica por medio de una recta.

Pero Leticia también obtuvo la función de esta pendiente, para ello debía analizar lo siguiente.

✓ Una variación lineal gráficamente siempre es un línea recta, la cual tiene la forma algebraica $y=mx+b$.

Donde:

- X es la variable independiente
- Y es la variable dependiente
- B es la ordenada al origen
- M es la pendiente de la recta

Para encontrar m determinamos lo siguiente

Nos regresamos a la tabla y observamos lo siguiente, encontramos un aumento de 1 unidad en x y de 3 unidades en y. Estos datos los sustituiremos en la forma algebraica $\frac{\Delta y}{\Delta x}$.

Numero de cajas (x)	0	1	2
Costo de producción \$ (y)	30	33	36

$$\frac{(\text{Incremento en } y) \Delta y}{(\text{Incremento en } x) \Delta x} = \frac{3}{1} = 3$$

Para encontrar b recordamos que es la ordenada en el origen el valor de y cuando $x=0$, es decir:

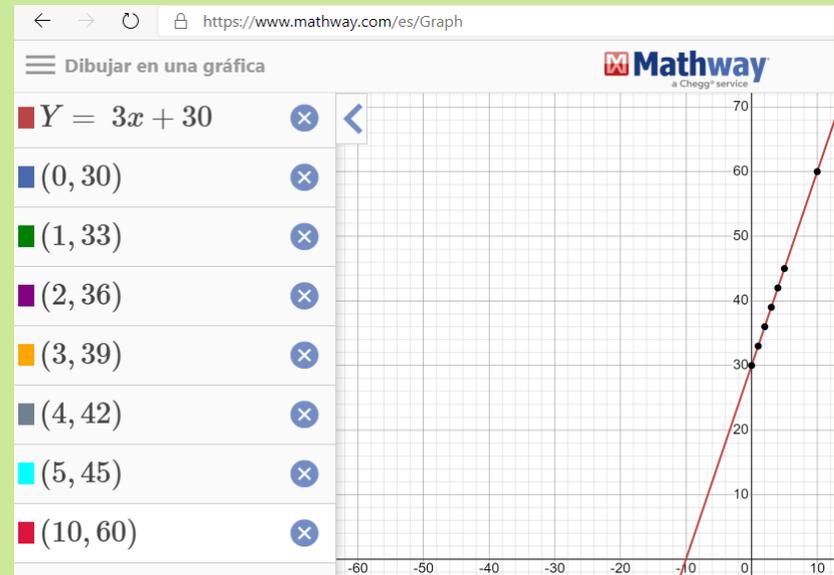
$$B=30$$

A continuación sustituimos en esta forma los valores obtenidos:

$$y=mx+b$$

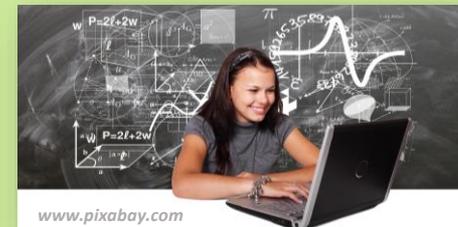
$$Y= 3x+30$$

Para verificar que la función era correcta se dio a la tarea de resolver gráficamente la función $Y= 3x+30$.



Conclusión:

Efectivamente todos los datos coincidían con su tabla, Leticia logró encontrar correctamente la función al problema original.



www.pixabay.com



Actividad #11

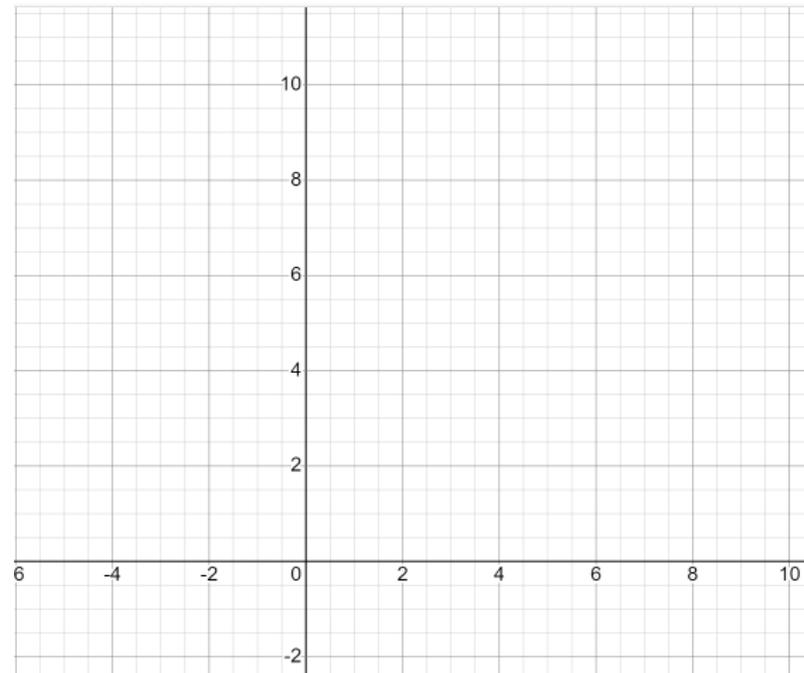
“Resuelve el ejemplo de la vida cotidiana sobre variación lineal”

Instrucciones: Resuelve el siguiente problema.

1. En una pastelería la repostera obtiene una relación de lo que se gasta en la producción por cierto numero de galletas, si ella al inicio invierte \$2, sin haber cocinado ninguna galleta y al hornear 1 galleta invierte \$4. Ayúdala a completar la siguiente tabla, si sabemos que se trata de una variación lineal y gráfica los resultados de la tabla.



Numero de galletas (x)	Costo de producción por galleta \$ (y)
0	2
1	4
2	
4	



- Es la relación entre los elementos de dos conjuntos.
 - Relación
 - Función
 - Ecuación
- Filosofo, creador del plano cartesiano.
 - René Descartes
 - Leonhard Euler
 - Bernhard Riemann
- ¿De que forma se representa la regla de correspondencia de que forma se representa?
 - $y=a + b$
 - $y=f(x)$
 - Ninguna de las anteriores
- Con esta forma encontramos cualquier termino de una sucesión.
 - $a(n+1)$
 - $a-n$
 - $a_n = a_1(r^{n-1})$
- Se determina porque al cambiar el valor de la variable independiente "x" de uno en uno, siempre aumenta o disminuye la misma cantidad, la variable dependiente "y".
 - Variación
 - Variación extrínseca
 - Variación lineal
- Es un ejemplo de función lineal.
 - $Y=2x$
 - $Y=2x^2$
 - Ninguna de las anteriores
- ¿Cuál es la forma algebraica que representa la recta?
 - $Y=mx$
 - $y=mx+b.$
 - $Y=mx-b$
- Son 3 de los 7 valores institucionales de Conalep
 - Calidad, Moralidad y Paz
 - Calidad, Comunicación y Mentalidad Positiva
 - Ninguna de las anteriores
- Con esta forma grafica, sabemos que se trata de una variación lineal.
 - Parábola
 - Recta
 - Ninguna de las anteriores
- La siguiente forma se lee $\frac{\Delta y}{\Delta x}$:
 - Incremento en y, sobre incremento en x.
 - Reducción en y, sobre incremento en x.
 - Evaluación en y, sobre evaluación en x.

Unidad y Resultados de Aprendizaje

Comparación de
magnitudes y variables



UNIDAD

3

3.1 Representar fenómenos de proporcionalidad con algoritmos

3.2 Elaborar representaciones simbólicas de fenómenos de naturaleza proporcional

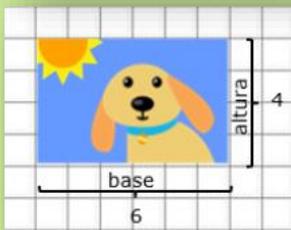
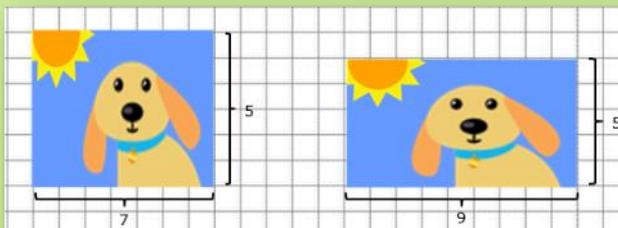
3.1 REPRESENTA FENÓMENOS DE PROPORCIONALIDAD CON ALGORITMOS.

<<PROPORCIÓN DE FENÓMENOS>>

La **razón** de dos números es el cociente indicado de dichos números, en una palabra, la razón es una división de dos números. También podemos identificarla con una fracción, pero la razón también se forma con números decimales.

A partir de un elemento cotidiano: las fotografías, analizaremos el concepto de razón.

¿Alguna vez le has cambiado el tamaño a una fotografía y la has visto diferente? R= Probablemente esta pueda deformarse.



Cuando hacemos una fotografía, esta originalmente tiene una base y una altura determinada.

Por ejemplo: en este caso nuestra fotografía original tiene una base de 6 cm y una altura de 4 cm.

- Si queremos cambiarle el tamaño pero que mantenga el mismo aspecto, debemos asegurarnos de que la razón entre la base y la altura de la fotografía se mantenga.

Pero...

¿Qué es la razón? ¿Cómo podemos saber cuál es la razón entre la base y la altura de esta fotografía?

- ✓ La razón es una comparación entre dos magnitudes que se realiza mediante un cociente.
- ✓ Suele expresarse como una fracción o colocando dos puntos (:) entre las dos magnitudes.

Se puede escribir:

$$\checkmark 6:4 \quad \checkmark \frac{6}{4} \quad \checkmark 6 \rightarrow 4$$

En este caso, la razón entre la base y la altura de la fotografía es de 6 :4.

- Si dividimos 6 entre 4: $\frac{6}{4} = 1.6$

obtenemos como resultado: 1,5. Esto quiere decir que la base de la fotografía es 1,5 veces más larga que su altura. O dicho de otro modo, significa que por cada cm de alto mide 1,5 cm de ancho.

Ahora que ya sabemos cuál es la razón entre la base y la altura de esta fotografía...

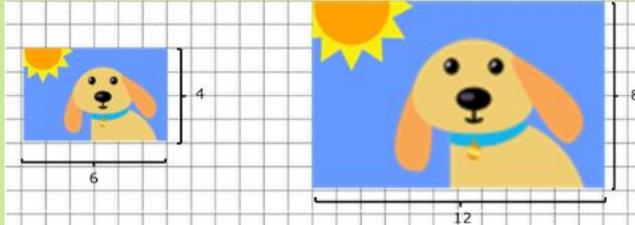
¿Cómo podemos calcular cuáles pueden ser sus nuevas medidas sin que se deforme?

1. Encontrando una razón equivalente:

Multiplicando o dividiendo ambas magnitudes por el mismo número. Por ejemplo, podemos multiplicar la base y la altura por 2.

$$6 \times 2 = 12 \quad \text{y} \quad 4 \times 2 = 8$$

➤ De esta manera la nueva base sería **12** y la nueva altura **8**.



2. Encontrando la constante de proporcionalidad:

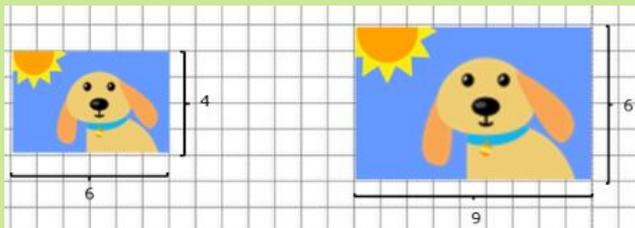
La constante de proporcionalidad es el resultado del cociente de las razones de una proporción.

• En nuestro ejemplo sería el resultado de dividir 6 entre 4 .

$$6 : 4 = 1.5$$

Sabiendo esto, si queremos que la altura de nuestra fotografía sea 6, solo tenemos que multiplicar 6 por 1,5 para descubrir cuánto debe medir la base.

$$6 \times 1.5 = 9$$



De cualquiera de las dos maneras hemos conseguido aumentar el tamaño de la fotografía sin modificar su relación de aspecto.

¡Esto ocurre porque hemos conservado la proporción!

Una proporción es una igualdad de razones. Ahora ya sabemos lo que hacen automáticamente algunos programas de nuestro ordenador cuando hacemos clic en la opción de "Mantener o bloquear relación de aspecto".

La proporcionalidad es una relación constante entre magnitudes medibles. La palabra constante se refiere a que mantiene siempre la misma relación. La proporcionalidad está presente en muchos aspectos de la vida cotidiana.

La cantidad de cada ingrediente en una tarta y el número de comensales son situaciones de proporcionalidad.

Una sola magnitud no es proporción, se han de dar dos magnitudes. Y para que sean proporcionales se ha de producir una constante. Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando al aumentar o disminuir una de ellas, la otra aumenta o disminuye en la misma proporción.

Observa estos ejemplos de proporcionalidad:

Para hacer chocolate para cuatro personas disolvemos seis pastillas de chocolate en medio litro de leche. ¿Cuántas pastillas de chocolate hay que disolver y en qué cantidad de leche para invitar a 12 amigos?

$$\begin{array}{l} \blacksquare \frac{4 \text{ Personas}}{6 \text{ Pastillas}} \quad \frac{12 \text{ Personas}}{x} = \text{¿Cuántas pastillas de chocolate?} \end{array}$$

$$\blacksquare \frac{4 \text{ Personas}}{0.5 \text{ lt}} \quad \frac{12 \text{ Personas}}{x} = \text{¿Cuántos litros de leche?}$$

$$1) x = \frac{12 \times 6}{4} = 18 \text{ pastillas de chocolate}$$

$$2) x = \frac{12 \times 0.5}{4} = 1.5 \text{ lt de leche}$$

Estas proporciones funcionan como las fracciones equivalentes: el producto de los medios es igual al producto de los extremos. Esta es una propiedad fundamental de las proporciones, también es una forma de verificar que nuestra proporción es correcta.

Comprobación:

$$\frac{4 \text{ Personas}}{6 \text{ Pastillas}} \quad \frac{12 \text{ Personas}}{18 \text{ Pastillas}}$$

$$\frac{4 \text{ Personas}}{0.5 \text{ lt}} \quad \frac{12 \text{ Personas}}{1.5 \text{ lt}}$$

$$4 \times 18 = 72 \quad \checkmark \text{ Es correcto}$$

$$6 \times 12 = 72$$

$$4 \times 1.5 = 6 \quad \checkmark \text{ Es correcto}$$

$$0.5 \times 12 = 6$$





Actividad #12

“Proporción de fenómenos”

Instrucciones: Contesta lo que se te pide.

A) En los siguientes enunciados escribe la razón que le corresponde a cada uno.

- ✓ Alondra come 2 manzana por cada 3 naranjas

Razón:

- ✓ Un auto gasta 1L de gasolina por cada 12 km

Razón:

- ✓ Para preparar un pastel requiero, 100 gr de mantequilla por 2 tazas de harina.

Razón:

- ✓ En Conalep se estudia 2 hrs de inglés por cada 6 de matemáticas

Razón:

B) Contesta lo siguiente.

- Con tus propias palabras define:

- ✓ Razón

- ✓ Proporcionalidad

- ✓ Da un ejemplo de la vida real donde de puedan ejemplificar estos conceptos.



3.2 ELABORA REPRESENTACIONES SIMBÓLICAS DE FENÓMENOS DE NATURALEZA PROPORCIONAL.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA E INVERSA

Una proporción no es más que una igualdad entre dos o más fracciones:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ **Donde:**
 a y d se denominan extremos
 b y c medios.

Proporción directa

Diremos que la proporción es directa si relacionan magnitudes en las que al aumentar una también lo hace la otra y viceversa.

En este caso la regla de tres se aplicará de la siguiente manera:

$$b = \frac{dxa}{c}$$

1) Si un tren tarda 3 horas en recorrer 400 kilómetros, ¿cuánto tardará en recorrer el doble?

Primero observamos que es un caso de proporción directa ya que a más horas mas kilómetros recorrerá el tren. La respuesta se puede deducir mentalmente, puesto que si el tren tiene que recorrer el doble de distancia también tardará el doble de tiempo, con lo que necesitará 6hr para recorrer los 800km.

La deducción es correcta, pero veamos como se resuelve aplicando la regla de tres para proporciones directas.

Tenemos la siguiente relación:

3 h → 400 km
 x h → 800 km



Es decir, si en 3 h se recorren 400km, en "x" horas se recorrerán 800.

Observamos que la relación también puede expresarse siguiendo el modelo de igualdad entre fracciones usado para describir el concepto de proporción:

$$\frac{3}{x} = \frac{400}{800}$$

Ahora sólo hay que despejar X para hallar la solución
 Tenemos la siguiente relación:

$$x = \frac{800 \times 3}{400} = \frac{2400}{400} = 6$$

Observamos que la relación también puede expresarse siguiendo el modelo de igualdad entre fracciones usado para describir el concepto de proporción:

Por tanto el tren tardará **6 horas en recorrer 800km.**

2) Si el kilo de fresas va a \$45 , ¿cuánto costará comprar medio kilo?

Tenemos una proporcionalidad directa puesto que a menos kilos que compremos más barato nos costará.

Tenemos la relación de proporcionalidad:

\$45 → 1 kg
 x\$ → 1/2kg

Aplicando la regla de tres tenemos:

$$x = \frac{\frac{1}{2} \times 45}{1} = \$22.5$$



Es decir, medio kilo de cerezas costarán la mitad que un kilo.

Proporción Inversa

Diremos que la proporción es inversa si implica una relación de magnitudes en que al aumentar una la otra disminuye y viceversa. En este caso la regla de tres se aplicará de la siguiente manera:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow b = \frac{axc}{d}$$

1. Si 2 agricultores tardan 10 días en arar un campo, ¿cuánto tardarán 5 agricultores en realizar el mismo trabajo?

Se trata claramente de un ejemplo de proporción inversa, puesto que a más agricultores trabajando menos tiempo se tardará en arar el mismo campo.

Para resolverlo se aplica la regla de tres como se ha enseñado:

$$\frac{10 \text{ días}}{x = ?} = \frac{2 \text{ agricultores}}{5 \text{ agricultores}}$$

$$b = \frac{2 \times 10}{5} = 4 \text{ días}$$

Es decir, mientras que dos agricultores tardan 10 días, con la ayuda de otros 3 compañeros consiguen hacer el mismo trabajo en tan solo 4 días.

www.pixabay.com



www.biografias.es

Al-Jwarizmi

La regla de tres es una de las herramientas básicas de la aritmética elemental. Se conoció en Occidente a través de los árabes. Varios autores árabes (entre ellos, al-Jwarizmi en su Álgebra) dan ejemplos que resuelven con este procedimiento.



www.pixabay.com

Actividad #13

“Proporcionalidad Directa e Inversa”



Instrucciones: Resuelve los siguientes ejercicios de Proporcionalidad Directa e Inversa.

- a) El precio de 25 latas de refresco es de \$250 ¿Cuántas latas se podrán comprar con \$ 1200?
- b) Rafael escucha la radio por espacio de 30 minutos, lapso en el que hay 3 minutos de anuncios comerciales; si escucha la radio durante 150 minutos ¿Cuántos anuncios escuchará?
- c) Mario trabajó durante 85 días y ganó \$ 18000, cuanto ganará si trabajara otros 15 días más?
- d) Una bodega se llena con 3500 sacos de 6 kg cada uno y otra de la misma capacidad se llena con sacos de 5 kg ¿Cuántos sacos caben en la segunda bodega?
- e) Un leñador tarda 15 segundos en dividir en 4 partes un tronco de cierto tamaño, ¿cuánto tiempo tardará en dividir un tronco semejante en 5 partes?
- f) En una granja, hay 30 cerdos que tardan 15 días en comer el alimento que hay guardado ¿Cuánto tiempo tardarán 50 cerdos en comer el alimento?
- g) 4 pintores tardarán 5 días en pintar una casa ¿Cuánto tardarán 8 pintores?
- h) Si un automóvil hizo 8 horas durante un recorrido de 750 kilómetros, ¿qué tiempo empleará en recorrer 1 550 kilómetros si su velocidad es constante?



- La razón es la _____ de dos números.
 - Resta
 - Suma
 - División
- Es la relación constante entre magnitudes medibles.
 - Proporción
 - Sumatoria
 - Razón
- Si 2 kg de peras me cuesta 55 pesos. ¿cuánto me cuesta 4 kg de peras?
 - 105
 - 110
 - 100
- Un piso de ochenta metros cuadrados vale \$120.000. ¿Cuánto debería valer otro semejante, en la misma zona, de cien metros cuadrados?
 - \$160,000
 - \$150,000
 - \$140,000
- Un elefante de 4 toneladas puede devorar tres décimas partes de su peso en vegetación. ¿Cuánto comerá una cría que solo pese 300 kilos?
 - 90
 - 900
 - 9000
- Al aumentar una magnitud la otra disminuye
 - Proporción inversa
 - Proporción
 - Proporción directa
- Si para envasar cierta cantidad de aceite se necesitan 8 barriles de 20 litros de capacidad cada uno, ¿cuántos barriles necesitaremos si los que tenemos son de 5 litros de capacidad?
 - 22
 - 32
 - 42
- Si un rectángulo tiene 10 metros de base y 7 metros de altura. Otro rectángulo de igual área tiene 4 metro de base, ¿cuál será la medida de su altura?
 - 17.5
 - 27.5
 - 37.5
- La edad de Rosa es 24, la edad de María 8 ¿Cuál sería la razón de estas edades?
 - 24/8
 - (24)(8)
 - 24 + 8
- En una receta de cocina se lee agregar 4 tazas de harina por cada 1.5 de agua. ¿En qué razón está la harina con el agua?
 - 4/1.5
 - 1.5(4)
 - Ninguna de las anteriores

Unidad y Resultados de Aprendizaje

Representación de soluciones y
ecuaciones lineales



UNIDAD

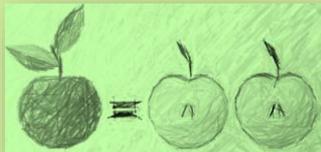
4

4.1 Utiliza sistemas de ecuaciones lineales con dos y tres variables para resolver analítica y gráficamente problemas de la vida cotidiana.

4.2 Emplea ecuaciones cuadráticas para resolver problemas reales, mediante la representación simbólica y gráfica

★ 4.1 UTILIZA SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON DOS Y TRES VARIABLES PARA RESOLVER ANALÍTICA Y GRÁFICAMENTE PROBLEMAS DE LA VIDA COTIDIANA

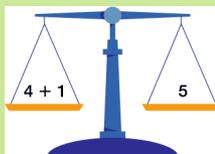
SOLUCIÓN DE ECUACIONES LINEALES



Las ecuaciones son el fundamento del algebra, a su vez el fundamento de las ecuaciones es la igualdad y sus propiedades. Cuando resolvemos ecuaciones buscamos mantener la igualdad entre dos cantidades, evitando desbalancear este equilibrio.

¿QUÉ ES UNA IGUALDAD MATEMÁTICA?

Es una operación de comparación entre dos cantidades. Produce valor verdadero si ambas son iguales y falso si son diferentes. Así, $4 + 1 = 5 - 0$ produce un valor verdadero por que la cantidad de la izquierda es 5, lo mismo que la cantidad que resulta de las operaciones de la derecha.



www.eduplace.com



Los árabes fueron los primeros, no solo en usar variables en el planteamiento de la solución de problemas, si no en sistematizar la búsqueda de los valores de estas variables, para verificar la igualdad de expresiones con ellas. Investigaciones realizadas han dado lugar al descubrimiento de escritos en los que se describen procesos de solución de ecuaciones.

POSTULADOS DE IGUALDAD

Para trabajar con las operaciones aritméticas es importante conocer algunas propiedades que requieren de nuestra atención y así poderlas aplicar.

✓ Propiedad conmutativa

Significa cambiar, en este caso se refiere a cambiar de lugar, en este caso nos dice que se puede cambiar el orden de los números en una suma o multiplicación y obtener la misma respuesta.

$$a + b = b + a \quad \text{y} \quad (a)(b) = (b)(a)$$

$$3 + 5 = 5 + 3 \quad \text{y} \quad (3)(5) = (5)(3)$$

✓ Propiedad asociativa

Viene del verbo asociar, que significa juntar o agrupar, no importa de que manera se junten, siempre será la misma respuesta, esto sólo se aplica en sumas y multiplicaciones nunca en restas o divisiones.

$$(a + b) + c = a + (b + c) \quad \text{y} \quad (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$(5 + 7) + 3 = 5 + (7 + 3) \quad (3 \cdot 4) \cdot 5 = 3 \cdot (4 \cdot 5)$$

$$15 = 15 \quad 60 = 60$$

✓ Propiedad distributiva

Significa repartir, esta propiedad nos dice que si están multiplicando un número por la suma de dos o más números puedes multiplicar el primer número por cada uno de los demás números y después sumar para obtener el resultado.

$$a(b + c) = ab + ac$$

$$5(4 + 3) = 5(4) + 5(3) = 20 + 15 = 35$$

✓ Los números neutros

Dentro de las matemáticas existen 5 números neutros a continuación analizaremos, el cero (0) y el 1, ya que no alteran algunas operaciones el cero (0) es neutro para la suma y resta y el uno (1) para la multiplicación y división.

$$a + 0, a - 0 \quad \text{y} \quad a \times 1, a \div c$$

✓ Inverso y recíproco

En la recta numérica se puede observar que, indicando al cero como origen existen números a la misma distancia pero con diferente signo, a estos números se les llama inversos aditivos.

$$\left(\frac{3}{7}\right)\left(\frac{7}{3}\right) = 1 \quad (45)\left(\frac{1}{45}\right) = 1$$

¿QUÉ ES UNA ECUACIÓN?

Una ecuación es una igualdad matemática entre dos expresiones algebraicas que se relacionan a través de operadores matemáticos que contienen valores desconocidos llamados variables.

Algunos ejemplos de ecuaciones son:

- ✓ $2x - 5y = 6$
- ✓ $4x + 4 = 0$
- ✓ $4x + 1 = 5$
- ✓ $4x + y = -5x$



www.pixabay.com

Como muchos elementos de la naturaleza, también las ecuaciones tienen su propia clasificación. Estas se dividen en la siguiente manera: De acuerdo con el número de incógnitas que posean. Esto indica que pueden ser ecuaciones de:

- Una incógnita (x)
 $4x + 4 = 0$
- Dos incógnitas (x, y)
 $4x + y = -5x$
- Tres incógnitas (x, y, z)
 $2x - y + z = 9$



www.pixabay.com

Nos enfocaremos por ahora en las ecuaciones lineales de una incógnita esta tiene la forma $ax + b = 0$ donde $a \neq 0$, en esta definición la incógnita está representada por x, a y b son valores conocidos o constantes. Son ecuaciones polinomiales de grado uno (1). También son conocidas como ecuaciones lineales porque al graficarlas en el plano cartesiano su gráfica representa una línea recta.

Ejemplo 1

Resuelve la ecuación $3 + 2(x - 5) = 3(2x - 11) - 2$

Primero realizamos las operaciones indicadas en cada miembro de la ecuación:

$$3 + 2(x - 5) = 3(2x - 11) - 2$$

$$3 + 2x - 10x = 6x - 33 - 2$$

$$2x - 7 = 6x - 35$$

Estaba restando y pasa al otro lado sumando $-7 + 35 = 6x - 2x$

$$28 = 4x$$

Estaba sumando y pasa al otro lado restando

Estaba multiplicando y pasa al otro lado dividiendo $\frac{28}{4} = x$

$$7 = x$$

Esto es igual $7 = x$ a $x = 7$

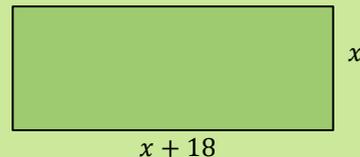
Ejemplo 2

Una ingeniera mide un terreno que forma un rectángulo, la base tiene 18 metros más que la altura y el perímetro mide 76 metros. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?

Planteamiento:

Base: $x+18$ (mide 18 metros más que la altura)

Altura: x (desconocemos la longitud de la altura)



$$2x + 2(x + 18) = 76$$

$$2x + 2x + 36 = 76$$

$$4x + 36 = 76$$

$$4x = 76 - 36$$

$$4x = 40$$

$$x = \frac{40}{4}$$

$$x = 10$$



www.pixabay.com

Solución:

Base $x + 18 = 28$ metros

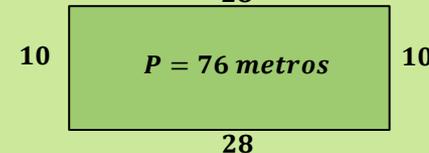
Altura $x = 10$ metros

$$4(10) + 36 = 76$$

$$40 + 36 = 76$$

$$76 = 76$$

28



28

Actividad #14

"Ecuaciones"

Instrucciones:

Resuelve las siguientes ecuaciones lineales.



1) $3x - 8 = 4$

Desarrolla aquí

2) $2y - 8 = 7y + 7$

3) $-3/4 - 1 = x/6$



SISTEMAS DE ECUACIONES

Las ecuaciones lineales de primer grado con una variable pueden resolverse por medio de las reglas de despeje aplicadas anteriormente, sin embargo ocurre que en varios problemas se relacionan 2 o más variables que dan lugar a dos o más ecuaciones de primer grado.

A continuación se presenta un sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

Métodos de solución de ecuaciones

Un sistema de ecuaciones es un conjunto de ecuaciones con las mismas variables en donde todas tienen las mismas soluciones, resolverlo significa buscar y encontrar, si es posible los valores de todas las variables que resuelvan todas las ecuaciones. A continuación analizaremos los métodos de solución.

✓ **Método gráfico**

Desde el punto de vista gráfico la solución del sistema de ecuaciones es el punto común por el que todas las ecuaciones pasan; es decir es el punto de intersección de todas ellas. Esto se debe a que este punto satisface a todas las ecuaciones del sistema. Se realiza el siguiente proceso:

Ejemplo

Resuelve el siguiente sistema por el método gráfico

$$\begin{cases} \text{Ecuación 1: } 2x - y = 1 \\ \text{Ecuación 2: } x + 2y = 13 \end{cases}$$

Paso 1 reescribir las ecuaciones en forma general $y = ax + b$

Ecuación 1: $y = 2x - 1$

Ecuación 2: $y = -\frac{1}{2}x + \frac{13}{2}$

Para la ecuación 1

x	$y = 2x - 1$	Punto
0	$y = 2(0) - 1 = 0 - 1 = -1$	A(0, -1)
1	$y = 2(1) - 1 = 2 - 1 = 1$	B(1, 1)

Para la ecuación 2

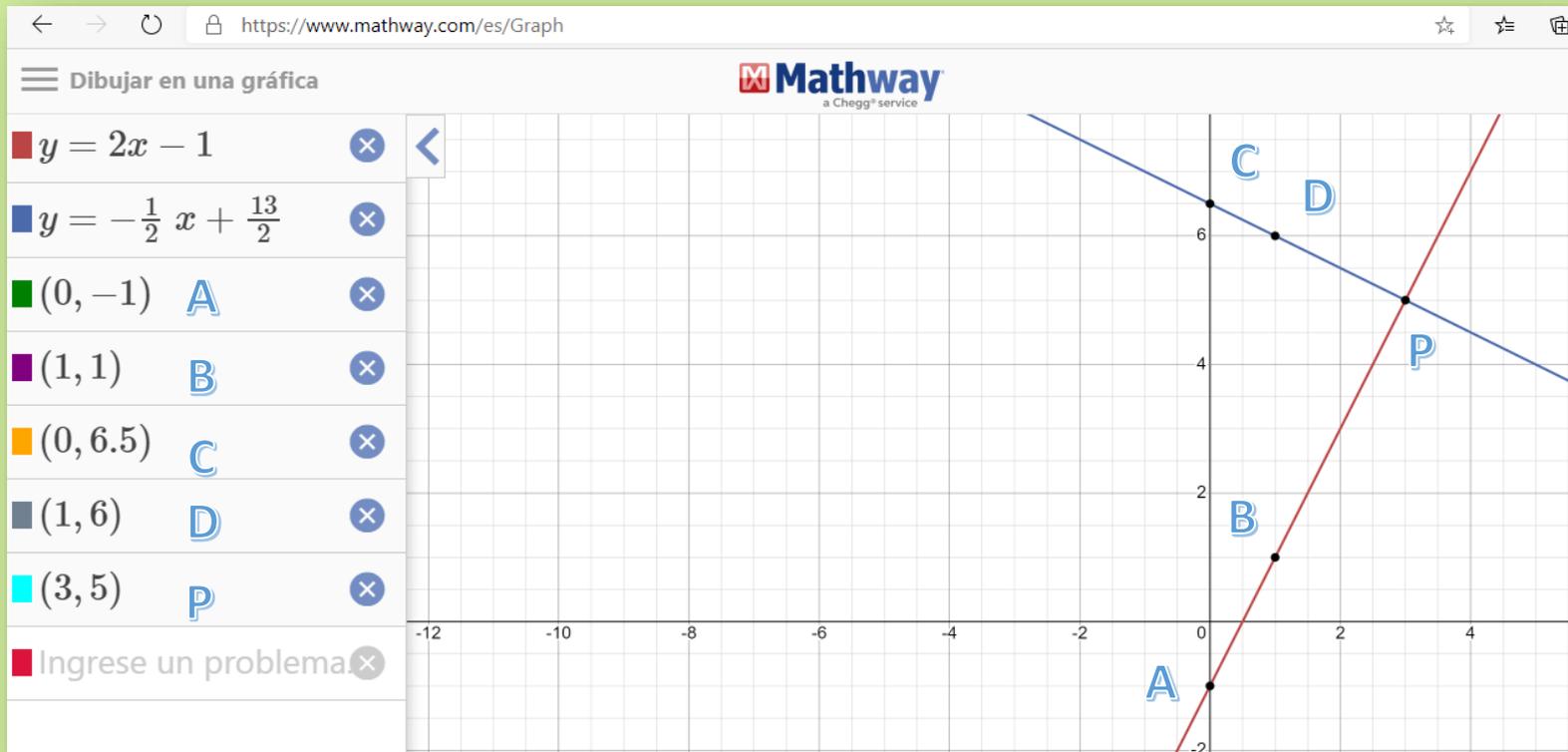
x	$y = -\frac{1}{2}x + \frac{13}{2}$	Punto
0	$y = -\frac{1}{2}(0) + \frac{13}{2} = \frac{13}{2} = 6.5$	C(0, 6.5)
1	$y = -\frac{1}{2}(1) + \frac{13}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{13}{2} = \frac{12}{2} = 6$	D(1, 6)



¿Cómo lograr transformar el sentido del olfato en ecuaciones?

El olfato es uno de los sentidos más importantes, rápidamente nos habla de comida, el olor de nuestros seres querido y hasta nos trae recuerdos, Pero ¿te imaginas esa información sensorial, explicada en una formula matemática? Así lo plantea el investigador de la universidad de chile y premio Nacional de ciencias exactas, Carlos Conca. "Este modelo matemático permite entender cual es el trabajo que realizan los cilos, estructuras celulares en forma de pelito presentes en el sistema respiratorio". Con esto es posible imaginar nuevos tratamientos en el campo de la medicina.

Se construyen las graficas en el plano cartesiano:



Paso 3 Localizamos el punto de intersección entre ambas rectas. En la grafica es el punto P(3,5)

La solución es P(3,5) o bien $x=3$, $y=5$

Comprobación:

Ecuación 1: $2x - y = 1$

Ecuación 2: $x + 2y = 13$

Sustituyendo se tiene que:

Ecuación 1: $2(3) - 5 = 1$

Ecuación 2: $3 + 2(5) = 13$

Esto verifica que la solución es correcta.



Actividad #15

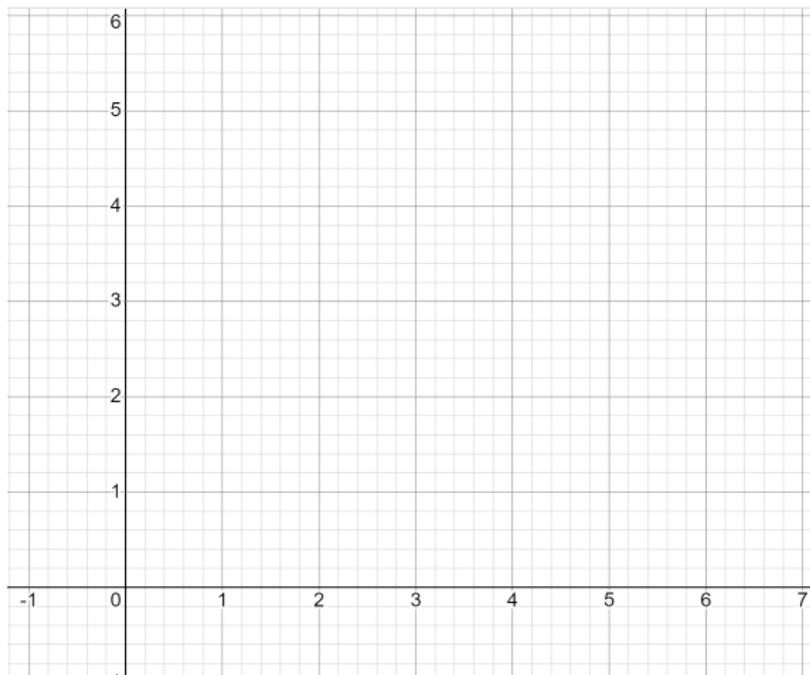
“Sistema de ecuaciones”

Instrucciones: Resuelve por el método gráfico el siguiente sistema. Despeja, completa las tablas y grafica.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Ecuación 1: } -x + y = -2 \\ \text{Ecuación 2: } x + y = 8 \end{array} \right.$$

x		Punto
0		
1		

x		Punto
0		
1		



✓ Método suma y resta

Consiste en lograr que en dos ecuaciones del sistema los términos de la misma variable, elegida arbitrariamente, sean iguales en magnitud pero diferentes en signo, para que al sumar ambas ecuaciones se puedan eliminar entre sí.

Ejemplo

Resuelve el sistema.

$$\begin{cases} \text{Ecuación 1: } 7x - 2y = 16 \\ \text{Ecuación 2: } 5x + 4y = 6 \end{cases}$$

Observamos que la variable y tiene signos contrarios en las ecuaciones 1 y 2 por ello preferimos escoger esta variable para la eliminación.

$$\begin{array}{cc|c} 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{array} \quad \text{MCM}=2^2=4$$

El MCM de 2 y de 4, es 4.

Dividiendo 4 entre 2, el resultado es 2, que es el factor por el cual se multiplicara la ecuación 1.

Dividiendo 4 entre 4, el resultado es 1, que es el factor por el cual se multiplicara la ecuación 2.

Realizando las multiplicaciones indicadas tenemos que:

$$\begin{array}{r} 2(7x - 2y) = 16(2) \\ 14x - 4y = 32 \\ \hline \end{array}$$

Ecuación 1

$$\begin{array}{r} 1(5x + 4y) = 6(1) \\ 5x + 4y = 6 \\ \hline \end{array}$$

Ecuación 2

Ahora el sistema es:

$$\begin{array}{r} 14x - 4y = 32 \\ 5x + 4y = 6 \end{array}$$

Sumando estas ecuaciones tenemos que:

$$\begin{array}{r} 14x - 4y = 32 \\ 5x + 4y = 6 \\ \hline 19x = 38 \end{array}$$

De donde se obtiene $x = \frac{38}{19}$

Ahora sustituimos el resultado en la ecuación 1 o 2. Escogiendo la ecuación 2, tenemos:

$$\begin{array}{r} 5(2) + 4y = 6 \\ 10 + 4y = 6 \\ 4y = 6 - 10 \\ 4y = -4 \\ y = \frac{-4}{4} \\ y = -1 \end{array}$$

Solución: (2,-1) o bien $x=2$ $y=-1$



Suma y resta en ecuaciones de 3 variables.

El método anterior también se aplica para un sistema de ecuaciones de mayor número de variables.

Ejemplo

Resolver el sistema de ecuaciones de tercer orden por suma y resta.

$$\begin{cases} \text{Ecuación 1: } 3x - 2y + 4z = 6 \\ \text{Ecuación 2: } 2x + 3y - 5z = -8 \\ \text{Ecuación 3: } 5x - 4y + 3z = 7 \end{cases}$$

Paso 1 combinar ecuación 1 con 2 y eliminar una variable mediante reducción de términos semejantes, en este caso se opta por y ; multiplicamos la ecuación 1 por 3 y la ecuación 2 por 2.

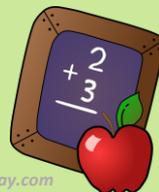
$$\begin{cases} \text{Ecuación 1: } 3x - 2y + 4z = 6 \quad (3) \\ \text{Ecuación 2: } 2x + 3y - 5z = -8 \quad (2) \end{cases}$$

Ahora el sistema es:

$$\begin{cases} \text{Ecuación 1: } 9x - 6y + 12z = 18 \\ \text{Ecuación 2: } 4x + 6y - 10z = -16 \\ \text{Ecuación A) } 13x + 2z = 2 \end{cases}$$

Combinar la ecuación 1 con 3, eliminar la misma variable del paso 1, multiplicando la ecuación 2 por (-2) y la ecuación 3 por (1)

$$\begin{cases} \text{Ecuación 1: } 3x - 2y + 4z = 6 \quad (-2) \\ \text{Ecuación 3: } 5x - 4y + 3z = 7 \quad (1) \end{cases}$$



Ahora el sistema es:

$$\begin{cases} \text{Ecuación 1: } -6x + 4y - 8z = -12 \\ \text{Ecuación 3: } 5x - 4y + 3z = 7 \\ \text{Ecuación B) } -x - 5z = -5 \end{cases}$$

Combinar ecuación A con B eliminando la variable x .

$$\begin{cases} \text{Ecuación A) } 13x + 2z = 2 \\ \text{Ecuación B) } -x - 5z = -5 \end{cases}$$

Se multiplica la ecuación **A)** por 1 y la ecuación **B)** por 13 para eliminar x y hallar el valor de z

$$\begin{cases} \text{Ecuación A) } 13x + 2z = 2 \quad (1) \\ \text{Ecuación B) } -x - 5z = -5 \quad (13) \end{cases}$$

Ahora el sistema es:

$$\begin{cases} \text{Ecuación A) } 13x + 2z = 2 \\ \text{Ecuación B) } -13x - 65z = -65 \\ \hline -63z = -63 \\ z = 1 \end{cases}$$

Sustituir el valor de $z=1$ en la ecuación **A)** o en la ecuación **B)**

$$\text{B. } -x - 5z = -5$$

$$\begin{aligned} -x - 5(1) &= -5 \\ -x - 5 &= -5 \\ -x &= -5 + 5 \\ -x &= 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$



Sustituir los valores obtenidos de $z=+1$, $x=0$ en cualquiera de las 3 primeras ecuaciones originales, en este caso se elige la ecuación (1):

Ecuación 1: $3x - 2y + 4z = 6$

$$3(0) - 2y + 4(1) = 6$$

$$y = -1$$

Para comprobar la ecuación debemos verificar cada ecuación del sistema original.

Ecuación 1: $3x - 2y + 4z = 6$

$$3(0) - 2(-1) + 4(1) = 6$$

$$6 = 6$$

Ecuación 2: $2x + 3y - 5z = -8$

$$2(0) + 3(-1) - 5(1) = -8$$

$$-8 = -8$$

Ecuación 3: $5x - 4y + 3z = 7$

$$5(0) - 4(-1) + 3(1) = 7$$

$$7 = 7$$



✓ Método de igualación

Resolución por igualación de un sistema lineal, en este método despejamos cualquiera de las incógnitas en ambas ecuaciones. A continuación, se igualan entre sí los dos valores de la incógnita que hemos obtenido. Este proceso consta de los siguientes pasos.

1. Despeja la misma incógnita de ambas ecuaciones.
2. Iguala, haz el segundo miembro de una ecuación igual al segundo miembro de la otra ecuación.
3. Resuelve la ecuación de primer grado con la incógnita que resultó de la igualación.

4. Calcula el valor de la otra incógnita: sustituye el valor de la incógnita conocida, en cualquiera de las ecuaciones que despejaste en el paso No 1.
5. Verifica la solución.

Ejemplo

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método de igualación.

Ecuación 1: $3x + 2y = 7$

Ecuación 2: $5x - y = 3$

Paso 1 despeja la misma incógnita de ambas ecuaciones

En este caso despejamos x.

Ecuación 1: $3x + 2y = 7$

$$x = \frac{7 - 2y}{3}$$

Ecuación 2: $5x - y = 3$

$$x = \frac{3 + y}{5}$$

Paso 2 Haz el segundo miembro de una ecuación igual al segundo miembro de otra ecuación.

Igualamos los dos valores de x.

$$\frac{7 - 2y}{3} = \frac{3 + y}{5}$$

Paso 3 Resuelve la ecuación de primer grado con la incógnita que resultó de la igualación.

$$5(7 - 2y) = 3(3 + y)$$

$$35 - 10y = 9 + 3y$$



$$35 - 10y = 9 + 3y$$

$$-3y - 10y = 9 - 35$$

$$-13y = -26$$

$$y = \frac{-26}{-13}$$

$$y = 2$$

Paso 4 Calcula el valor de la otra incógnita, sustituye el valor de la incógnita conocida en cualquiera de las ecuaciones que despejaste en el paso No 1. Sustituyendo el valor de $y=2$ en (1) se tiene:

$$3x + 2y = 7$$

$$3x + 2(2) = 7$$

$$3x + 4 = 7$$

$$3x = 7 - 4$$

$$3x = 3$$

$$x = 1$$

Paso 5 Verifica la solución.

Ecuación 1: $3x + 2y = 7$

$$3(1) + 2(2) = 7$$

$$3 + 4 = 7$$

$$7 = 7$$

Ecuación 2: $5(1) - 2 = 3$

$$3 = 3$$



✓ **Método de sustitución**

Consiste en despejar de una ecuación una de las variables, elegida arbitrariamente. Después, se sustituye en las demás ecuaciones hasta llegar a una ecuación de primer grado que se resuelva por despeje. Se ilustra a continuación el procedimiento de este método:

Ejemplo

Encuentra la solución al sistema de ecuaciones por el método de sustitución:

Ecuación 1: $2x - y = 13$

Ecuación 2: $3x + 7y = 62$

De la ecuación 1 despejamos la variable y :

(A) $y = 2x - 13$

Ahora se sustituye el resultado en la ecuación 2:

$$3x + 7(2x - 13) = 62$$

$$3x + 14x - 91 = 62$$

$$17x = 62 + 91$$

$$17x = 153$$

$$x = \frac{153}{17}$$

$$x = 9$$

Se sustituye el valor de x en **(A)**

$$y = 2(9) - 13$$

$$y = 18 - 13$$

$$y = 5$$

Respuesta (9,5) o $x = 9$ $y = 5$



4.2 EMPLEA ECUACIONES CUADRÁTICAS PARA RESOLVER PROBLEMAS REALES, MEDIANTE LA REPRESENTACIÓN SIMBÓLICA Y GRÁFICA

PRODUCTOS NOTABLES

Existen algunos productos en verdad sencillos de determinar debido a su comportamiento, es decir, podemos abreviar el proceso de multiplicar para obtenerlos.

Se denominan productos notables a ciertas multiplicaciones que satisfacen reglas fijas y cuyo resultado puede determinarse sin realizar las multiplicaciones, sino por simple inspección. Aquí destacaremos los siguientes:

- 1 • Binomio cuadrado
- 2 • Binomio conjugado
- 3 • Binomios con un término común
- 4 • Binomio al cubo

★ Binomio cuadrado

Un binomio puede verse de la forma $a+b$, de tal manera que su cuadrado es $(a + b)^2$. Esto podría equivaler a determinar el área de un cuadrado con lado $a + b$.

	a	b
a	a^2	ab
b	ab	b^2

Representación gráfica del binomio al cuadrado.



Un binomio al cuadrado $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ equivale a realizar el cuadrado del primer término, más el doble del producto del primero por el segundo término, más el cuadrado del segundo término.

Ejemplo 1: Calcula el cuadrado del binomio $2x + 5$ y representa el producto de forma gráfica.

$$(2x + 5)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(5) + (5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$$

Al resultado se le llama Trinomio cuadrado perfecto= **TCP**

	$2x$	5
$2x$	$2x^2$	$10x$
5	$10x$	25

Ejemplo 2: Calcula el binomio cuadrado $(3x + y^3z^2)^2$ y representa el producto de forma gráfica.

	$3x$	y^3z^2
$3x$	$9x^2$	$3xy^3z^2$
y^3z^2	$3xy^3z^2$	y^6z^4

$$\begin{aligned} (3x + y^3z^2)^2 &= \\ (3x)^2 + 2(3x)(y^3z^2) + (y^3z^2)^2 &= \\ = 9x^2 + 6xy^3z^2 + y^6z^4 \end{aligned}$$

★ Binomio conjugado

Se dice que un binomio es conjugado cuando, uno de los binomios en el producto es la suma de dos cantidades y el otro binomio es la diferencia de esas mismas cantidades.



El binomio conjugado es de la forma $(a + b)(a - b)$ y su producto es $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ el resultado es el cuadrado del primer término menos el cuadrado del segundo término.

Ejemplo 1: Realiza el producto de $(7x - 3)(7x + 3)$.

Del binomio $(7x - 3)(7x + 3)$ obtenemos que el primer término es: $7x$, este lo elevamos al cuadrado $(7x)^2 = 49x^2$

Y el segundo término también se eleva al cuadrado es: $(3)^2 = 9$.

Es decir $(7x - 3)(7x + 3) = 49x^2 - 9$

	$7x$	-3
$7x$	$49x^2$	$-21x$
3	$21x$	-9

$21x - 21x = 0$ es decir, se elimina el resultado de este término.

Representación gráfica del binomio conjugado.

Ejemplo 2: Realiza el producto de $(3a - 4b)(3a + 4b)$.

Repetimos el proceso del ejercicio anterior:

$a^2 - b^2 = (3a)^2 - (4b)^2 = 9a^2 - 16b^2$

	$3a$	$-4b$
$3a$	$9a^2$	$-12ab$
$4b$	$12ab$	$-16ab$

Representación gráfica del binomio conjugado.

★ Binomio con un término común

La característica principal de este producto es que los binomios tienen un término común, es decir, mismo signo, magnitud y literales en ambos binomios.



El binomio con un término común x y términos distintos a y b tiene la forma $(x + a)(x + b)$ y su producto es $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ es decir el resultado es el cuadrado del término común, más la suma aritmética de los no comunes, multiplicado por el término común, más el producto de los términos no comunes.

Ejemplo 1: Obtener el producto de $(2x - 5)(2x + 3)$

Es decir $(2x - 5)(2x + 3) = (2x)^2 + (-5 + 3)(2x) + (-5)(3)$
 $(2x)^2 + (-5 + 3)(2x) + (-5)(3) = 4x^2 + (-2)(2x) - 15$
 $4x^2 + (-2)(2x) - 15 = 4x^2 - 4x - 15$

	$2x$	-5
$2x$	$4x^2$	$-10x$
3	$6x$	-15

Representación gráfica del binomio con un término común.

Ejemplo 2: Obtener el producto de $(x - 7)(x - 6)$

Es decir $(x - 7)(x - 6) = (x)^2 + (-7 - 6)(x) + (-7)(-6)$
 $(x)^2 + (-7 - 6)(x) + (-7)(-6) = x^2 + (-13)(x) + 42$
 $x^2 + (-13)(x) + 42 = x^2 - 13x + 42$

	x	-7
x	x^2	$-7x$
-6	$-6x$	42

Representación gráfica del binomio con un término común.

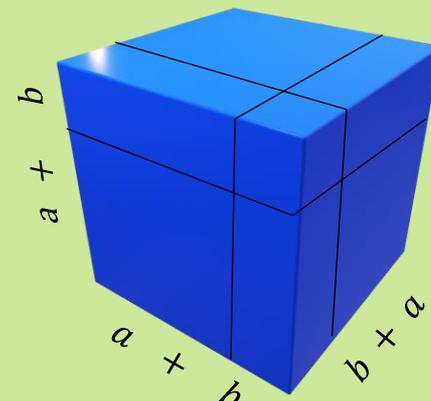
★ Binomio al cubo

Este binomio, es la multiplicación del binomio por sí mismo 3 veces.



El binomio al cubo es representado por $(a + b)^3$ y su desarrollo es $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ es decir el resultado puede obtenerse como el cubo del primer término más el triple del producto del primer término al cuadrado por el segundo término, más el triple del producto del primer término por el segundo término al cuadrado, más el segundo término al cubo.

$$\sqrt{(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}$$



Representación gráfica del binomio al cubo.

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

www.universomate.blogspot.com

Ejemplo 1: Desarrolla el siguiente producto de $(5x+2)^3$

Del binomio al cubo obtenemos:

$$\begin{aligned} (5x+2)^3 &= (5x)^3 + 3(5x)^2(2) + 3(5x)(2)^2 + (2)^3 = \\ &= 125x^3 + 3(25x^2)(2) + 3(5x)(4) + 8 = \\ &= 125x^3 + 3(50x^2) + 3(20x) + 8 = \end{aligned}$$

Es decir: $125x^3 + 150x^2 + 60x + 8$

Ejemplo 2: Desarrolla el siguiente producto de $(x-2)^3$

Del binomio al cubo obtenemos:

$$\begin{aligned} (x-2)^3 &= (x)^3 + 3(x)^2(-2) + 3(x)(-2)^2 + (-2)^3 = \\ &= x^3 + 3(x^2)(-2) + 3(x)(4) - 8 = \end{aligned}$$

Es decir: $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

Actividad #16

“Productos notables”



Instrucciones: Desarrolla un mapa mental del tema productos notables.



www.pixabay.com

www.pixabay.com



EXPRESIÓN DE ECUACIONES

Términos semejantes

Se refiere a dos términos o más términos que tienen exactamente la misma parte literal; es decir, las mismas letras o símbolos con los mismos exponentes, por lo que son términos semejantes. Por ejemplo los términos: $-4x^2y$, $7x^2y$, $12 \cdot 5x^2y$, son términos semejantes entre sí porque tienen la misma parte literal x^2y .

Reducción de términos semejantes

Los términos semejantes pueden sumarse o restarse del mismo modo que lo hacemos con los números y los objetos que nos rodean.

Ejemplos

- ✓ $3a + 8a = 11a$ (Únicamente súmanos los números, las letras se quedan del mismo grado)
- ✓ $-3a - 8a = -11a$ (Repetimos el paso anterior, ahora con signos negativos)
- ✓ $2b - 3b = -b$ (Reducimos números de diferente signo)
- ✓ $\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}a = -\frac{1}{6}a$ (Reducimos fracciones mediante fórmula la cual vimos anteriormente en la **unidad 1**)

Suma algebraica de polinomios

Polinomio es una expresión algebraica que indica la suma o resta de dos o más términos, no semejantes entre sí. Para sumar dos o más términos algebraicos, debemos tener dos o más polinomios, primero escribimos esto de forma consecutiva y a continuación se procede a reducir términos semejantes. Analicemos los ejemplos:

Ejemplo 1: Encuentra la suma de los siguientes polinomios.

$(5x + 9x) + (-2x - 7x) = 5x + 9x - 2x - 7x$ (Eliminamos parentesis multiplicando los signos de adentro del polinomio por el signo positivo de afuera).

Procedemos a realizar las operaciones de terminos semejantes, primero sumas y despues restas.

$5x + 9x - 2x - 7x = 14x - 9x = 5x$

Ejemplo 2: Encuentra la suma de los siguientes polinomios.

$(3x^2 - 5x + 10), (x^2 + 2x - 7), (6x^2 - 3x - 1)$

$$\begin{array}{r} 3x^2 - 5x + 10 \\ + \quad x^2 + 2x - 7 \\ \hline 6x^2 - 3x - 1 \\ \hline 10x^2 - 6x + 2 \end{array}$$

Mediante método tradicional.

Resta algebraica de polinomios

La resta aritmética tiene como objetivo una disminución, mientras que la algebraica tiene un carácter más general, ya que podemos encontrar una disminución o un aumento.

Ejemplo 1: Realiza las operaciones indicadas en la expresión $(7x^2 - 5x + 3) - (+2x^2 + 3x + 5)$

Primero cambiamos todos los signos del segundo polinomio ya que están siendo alterados por el signo que está antes de él. Y convertimos el menos que está entre los dos polinomios en un signo positivo.

Es decir $(7x^2 - 5x + 3) + (-2x^2 - 3x - 5)$

$$\begin{array}{r} 7x^2 - 5x + 3 \\ + \quad -2x^2 - 3x - 5 \\ \hline 5x^2 - 8x - 2 \end{array}$$

Mediante método tradicional.



Multiplicación de Monomios y polinomios

La multiplicación algebraica se efectúa según el tipo de expresiones que intervienen en ella. Para multiplicar monomios deben emplearse las reglas de los exponentes estudiadas anteriormente.

Ejemplo 1: Multiplica $(-4x^2y)(5x^3y^7)$

Paso 1: Se multiplican los signos $(+)(-)= -$

Paso 2: Multiplicación de valores numéricos (sin el signo) $(4)(5)= 20$

Paso 3: Multiplicación de literales (se suman los exponentes que tienen las mismas letras) $(x^2)(x^3) = x^5$ $(y^1)(y^7) = y^8$

Se expresa el resultado con los elementos anteriores: $-20 x^5 y^8$

Ejemplo 2: Multiplica $(2x) (5x^2 - 3x + 8)$

Repetimos los pasos del ejercicio anterior.

$(2x) (5x^2 - 3x + 8) = (2x) (5x^2) - (2x) (3x) + (2x) (8) =$

Es decir $10x^3 - 6x^2 + 16x$

Ejemplo 3: Multiplica $(2x^4 - 5x^3 - 7x^2 + 3x - 9) (x^3 + 5x - 1)$

Paso 1 acomodamos en el primer renglón el polinomio de grado mayor y el segundo renglón el polinomio de grado menor.

$$2x^4 - 5x^3 - 7x^2 + 3x - 9$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{X} \quad \quad \quad x^3 + 5x - 1 \\ \hline \end{array}$$

Paso 2 Tómamos el primer término de la parte de abajo y lo multiplicamos por todos los términos de arriba.

$$2x^4 - 5x^3 - 7x^2 + 3x - 9$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{X} \quad \quad \quad x^3 + 5x - 1 \\ \hline \end{array}$$

$$2x^7 - 5x^6 - 7x^5 + 3x^4 - 9x^3$$

• Repetimos con los demás términos.

$$10x^5 - 25x^4 - 35x^3 + 15x^2 - 45x$$

$$-2x^4 + 5x^3 + 7x^2 - 3x + 9$$

Paso 3 Reducimos términos semejantes.

$$2x^4 - 5x^3 - 7x^2 + 3x - 9$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{X} \quad \quad \quad x^3 + 5x - 1 \\ \hline \end{array}$$

$$2x^7 - 5x^6 - 7x^5 + 3x^4 - 9x^3$$

$$10x^5 - 25x^4 - 35x^3 + 15x^2 - 45x$$

$$-2x^4 + 5x^3 + 7x^2 - 3x + 9$$

$$2x^7 - 5x^6 + 3x^5 - 24x^4 - 39x^3 + 22x^2 - 48x + 9$$

Paso 4 Se representa el resultado.

$$R = 2x^7 - 5x^6 + 3x^5 - 24x^4 - 39x^3 + 22x^2 - 48x + 9$$



www.pixabay.com

División de monomios

Cuando se divide una expresión algebraica entre otra, se realiza un proceso que varía de acuerdo al tipo de expresiones en la división.

La cantidad que debe ser dividida se denomina dividendo (numerador) y la cantidad entre la que se divide se le llama divisor y el resultado de esta división se le llama cociente (denominador).

Ejemplo 1

Divide $28m^{20}a^2 \div 28m^{17}$

Paso 1: Se multiplican los signos $(+)(+) = +$

Paso 2: División de valores numéricos (sin el signo) $(28) \div (28) = 1$ (en las expresiones algebraicas no es necesario escribirlo, ya que se sobre entiende que el valor de la literal es 1)

Paso 3: División de literales (se restan los exponentes que tienen las mismas letras) $(m^{20})(m^{17}) = m^3$ $(a^2)(a) = a$

Se expresa el resultado con los elementos anteriores:

$$\frac{28m^{20}a^2}{28m^{17}a} = m^3a$$

Algunos ejemplos (repetimos los pasos anteriores en los siguientes ejercicios).

$$\checkmark -\frac{42m^{18}}{28m^{17}} = -\frac{3}{2}m$$

$$\checkmark \frac{36s^{10}}{6s^8} = 6s^2$$

$$\checkmark -\frac{80s^2}{20s^2} = 4$$

$$\checkmark -\frac{5x^2b}{10xb} = -\frac{1}{2}x$$

División de un polinomio entre un monomio

Para efectuar este tipo de división se aplica la propiedad distributiva de la siguiente manera:

$$\frac{a + b + c}{m} = \frac{a}{m} + \frac{b}{m} + \frac{c}{m}$$

Consiste en dividir todos los términos del polinomio entre el monomio.

Ejemplo 1

Dividir $8x^5 + 16x^4 - 24x^3$ entre $-8x^3$

$$\frac{8x^5 + 16x^4 - 24x^3}{-8x^3} =$$

$$\left(\frac{8x^5}{-8x^3}\right) + \left(\frac{16x^4}{-8x^3}\right) - \left(\frac{24x^3}{-8 \times 3}\right) = -x^2 - 2x + 3$$

Ejemplo 2

Dividir la siguiente expresión

$$\frac{45a^7b^3 - 60a^6b^2 + 30a^5b - 75a^4}{15a^4b^3} =$$

$$\left(\frac{45a^7b^3}{15a^4b^3}\right) - \left(\frac{60a^6b^2}{15a^4b^3}\right) + \left(\frac{30a^5b}{15a^4b^3}\right) - \left(\frac{75a^4}{15a^4b^3}\right) =$$

$$3a^3 - \frac{4a^2}{b} + \frac{2a}{b^2} - \frac{5}{b^3}$$



División de polinomio entre polinomio

Para dividir un polinomio entre otro polinomio es necesario verificar que el grado del dividendo sea mayor o igual que el grado del divisor, si esta condición no se cumple la división no será posible. Una vez verificado esto podemos efectuar la división por el método de división larga, es decir el "método tradicional".

Dividir $12x^5 - 23x^3 + 32x^2 + 10x - 40$ entre $3x^3 - 2x + 8$

$$3x^3 - 2x + 8 \overline{) 12x^5 - 23x^3 + 32x^2 + 10x - 40}$$

Paso 1 Anotamos el polinomio de grado mayor dentro de la "casita", posteriormente ordenamos los grados exponenciales de mayor a menor y si, en algún caso se salta el orden dejamos un espacio, justo como pasa en este ejemplo, del grado x^5 se salta a x^3 , entonces dejamos el espacio que le correspondería al grado x^4 .

Paso 2 Dividimos el primer término del dividendo entre el primer término del divisor, para obtener el primer término del cociente, el cual se escribe en la parte de arriba.

$$\begin{array}{l}
 \text{Primer término del divisor} \downarrow \\
 3x^3 - 2x + 8 \overline{) 12x^5 - 23x^3 + 32x^2 + 10x - 40} \\
 \uparrow \\
 \text{Primer término del dividendo}
 \end{array}$$

$4x^2$ ← Primer término del cociente

$$\frac{12x^5}{3x^3} = 4x^2$$

Paso 3 El primer término del cociente obtenido en el paso anterior se multiplica por todos los términos del divisor, los resultados se escriben debajo del dividendo, en las columnas correspondientes a sus grados, pero se cambia el signo, si el signo es positivo se cambia a negativo o viceversa.

$$\begin{array}{r}
 4x^2 \\
 3x^3 - 2x + 8 \overline{) 12x^5 - 23x^3 + 32x^2 + 10x - 40}
 \end{array}$$

$$-12x^5 + 8x^3 - 32x^2$$

↑ Anotamos aquí los resultados de la multiplicación. Acomodándolos en el orden que les corresponde de acuerdo a su grado exponencial y cambiamos signos.

$$\begin{array}{r}
 4x^2 \\
 3x^3 - 2x + 8 \overline{) 12x^5 - 23x^3 + 32x^2 + 10x - 40} \\
 -12x^5 + 8x^3 - 32x^2 \\
 \hline
 0 - 15x^3 0 + 10x - 40
 \end{array}$$

↑ En este paso reducimos términos semejantes, bajamos el resto de los términos sin cambiar los signos, en este caso $+10x - 40$. A esto se le llama primer residuo.



Actividad #17

“Operaciones algebraicas”

Instrucciones:

De las siguientes expresiones algebraicas toma cada una y clasifícala según corresponda.



- ✓ $2w + 9z$
- ✓ $x^3y z + 5 ab c$
- ✓ $a - b - c$
- ✓ $4x^2 + 3x - x + 7$
- ✓ x^2zy
- ✓ $10x^3 4x^2 + 5x - x + 6$
- ✓ $w + z$
- ✓ $3x^2z$
- ✓ $x^2zy + 12x$
- ✓ $x^4zy + zy + zy$
- ✓ $3zy + y$
- ✓ $a^2z + zy + x^2ay + x^2ay$

Monomio

Binomio

Trinomio

Polinomio



Actividad #18

“Operaciones algebraicas”

Instrucciones: Resuelve las siguientes operaciones algebraicas.

1) $(5x+2)(5x+2)=$

2)
$$+ \begin{array}{r} 2a^2 + 3x - 5c \\ 8a - 10b - 4c \\ \hline \end{array}$$

3)
$$X \begin{array}{r} 2x^4 - 5x^3 - 7x^2 + 3x - 9 \\ \hline x^3 + 5x - 1 \end{array}$$

4)
$$x^2 - 2x + 8 \left| \begin{array}{l} 12x^5 \\ - 23x^3 + 32x^2 + 10x - 40 \end{array} \right.$$

5) $(3a + 2b)^3$



- Operación de comparación entre dos cantidades iguales
 - Semejanza
 - Igualdad
 - Equidad
- Es una igualdad matemática entre dos expresiones algebraicas que se relacionan a través de operadores matemáticos que contienen valores desconocidos llamados variables.
 - Sistema
 - Ecuación
 - Estructura
- Significa cambiar, en este caso se refiere a cambiar de lugar, en este caso nos dice que se puede cambiar el orden de los números en una suma o multiplicación y obtener la misma respuesta
 - Distributiva
 - Conmutativa
 - Asociativa
- El resultado de la siguiente ecuación es $2y - 8 = 7y + 7$
 - $y = -3$
 - $y = +3$
 - $y = -1$
- Es el resultado del siguiente sistema de ecuaciones: **Ecuación 1** $3x - 5y = 30$ **Ecuación 2** $2x + 4y = -2$
 - $X = 3$ $Y = 5$
 - $X = 5$ $Y = -8$
 - $X = 8$ $Y = -5$
- Dentro de este grupo están los binomios cuadrados, conjugados, con un término común, al cubo.
 - Productos notables
 - Productos
 - Residuos
- Multiplica $-3a^3b^2(-5a^3 + 2a^2 - ab^2 + 7b^3)$
 - $25a^3 + 12a^2 - ab^2$
 - $15a^3 + 12a^2 - ab^2 + 21$
 - Ninguna de las anteriores
- Resuelve $(x - 2)^3$
 - $x^3 + 6x^2 + 12x - 8$
 - $x^3 + 6x^2 + 12x - 9$
 - Ninguna de las anteriores
- Resuelve $(3x + y^3z^2)^2$
 - $9x^2 + 9xy^3z^2 + y^6z^4$
 - $9x^2 + 6xy^3z^2 + y^6z^4$
 - Ninguna de las anteriores
- Al graficarlas en el plano cartesiano su grafica es una línea recta.
 - Ecuación de primer grado
 - Ecuación de segundo grado
 - Ecuación de tercer grado

Técnicas de Estudio

para el alumno
CONALEP
sugerencias



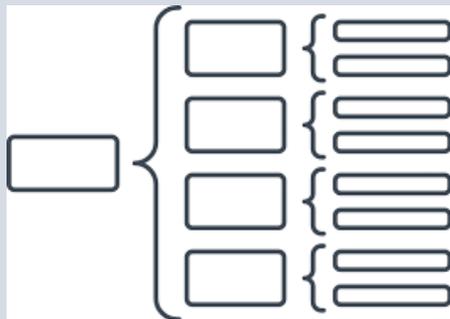
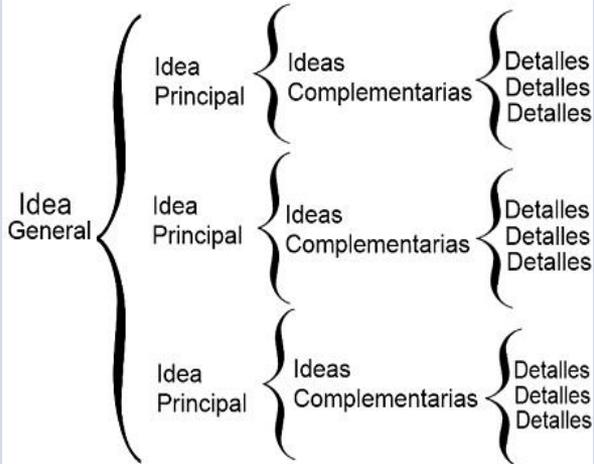
Las técnicas de estudio son un conjunto de herramientas, fundamentalmente lógicas, que ayudan a mejorar el rendimiento y facilitan el proceso de enseñanza y aprendizaje. No hay Técnicas de estudio perfectas, ni recetas milagrosas para aprender. Una técnica, es una herramienta concreta que tiene su éxito si se elabora correctamente y se toma con una actitud activa por parte de quién la desarrolla.

Organizadores Gráficos

Te ayuda a clasificar mediante textos breves, tus ideas generales, las ideas principales, las complementarias y los detalles sobre un determinado tema, se usan figuras en forma de llaves para su creación.

1

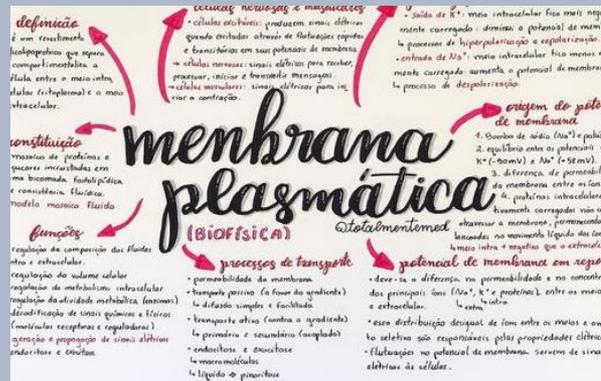
Mapa de Llaves o de ideas



Te ayuda a asociar sobre un tema central, todas las características e información relevante sobre dicho tema, se usan ramas para su elaboración y puede incluir dibujos y frases concretas

2

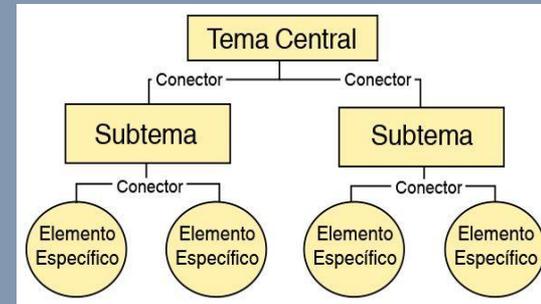
Mapa mental



Te ayuda a describir partiendo de un tema central, dos o mas conceptos los cuales puedes conectar entre sí con textos alternos breves que van describiendo el tema.

3

Mapa conceptual



Cuadros / Tablas

Te ayudan a separar y establecer las diferencias más notables entre una idea, tema, concepto junto con otros, su apariencia debe ser en forma de tabla y puedes incluir dibujos

4

Cuadros comparativos

Diferencias entre célula animal y célula vegetal	
Célula animal	Célula vegetal
No presentan pared celular.	Tienen una pared celular de celulosa alrededor de la membrana plasmática.
No posee cloroplastos pues no hace fotosíntesis.	Posee cloroplastos para llevar a cabo la fotosíntesis.
Posee vacuolas de poco tamaño.	Posee vacuolas de gran tamaño.
Pueden presentar moléculas de glucógeno.	Generalmente presentan almidón.
Poseen forma irregular.	Suelen ser regulares en su forma.
Su tamaño oscila entre las 10 y las 30 micras.	Su tamaño oscila entre las 10 y las 100 micras.

CUADRO COMPARATIVO

	AZTECAS	MAYAS	INCAS
Arquitectura	Emplearon como material la piedra labrada y el adobe.	En la estructura exterior predomina el estilo piramidal.	Construyeron templos, calzadas, caminos, puentes, acueductos, canales entre otras obras.
Escultura	Se expresa en sus dos modalidades clásicas: en bulto redondo y en relieve.	Tiene diversas modalidades: escultura en bulto, estelas y relieves	Se limita a algunas representaciones en bulto.
Pintura	Emplearon colores brillantes en sus pinturas al fresco.	Emplearon un rico colorido. Destacan los tonos claros.	Las plasmaban en sus piezas de cerámica y en un tipo de pintura mural lograda a través de moldes.

Te ayuda a contestar mediante una tabla 3 preguntas claves sobre un conocimiento determinado, ¿Que sé?, ¿ Qué quiero aprender? y ¿Qué aprendí?

5

Cuadro SQA S: saber Q: Quiero A: Aprendí



Qué es lo que sé	Sobre qué quiero aprender	Qué es lo que aprendí

Que se de ascensores?	Que quiero aprender de ascensores?	Que aprendí de ascensores?
<ul style="list-style-type: none"> La fosa debe ser mínimo de 2x2 Se utiliza para transportar cierta cantidad de personas y/o cosas Existen ascensores comerciales, de vivienda y de carga y de hospital. 	<ul style="list-style-type: none"> Tipos de Materiales que se pueden utilizar Medidas (cálculos) Como funcionan los ascensores rápidos y como se calcula la velocidad? Cuántas personas caben en dicho ascensor? Características. Diseños. 	<ul style="list-style-type: none"> Características. Variedad de Modelos. Ancho del pasillo es el mismo que el ascensor. Diferencia entre foso y pozo. La sala de maquinas debe tener ventilación cruzada. Y las paredes deben contar con aislante para garantizar la temperatura

Te ayuda a escribir mediante una reflexión personal de un tema, lo que consideres POSITIVO, lo que consideres NEGATIVO y lo que consideres INTERESANTE. Con esta herramienta puedes emitir tus puntos de vista

6

Cuadro PNI P: positivo N: Negativo I: Interesante

Efecto invernadero

POSITIVO	NEGATIVO	INTERESANTE
El efecto invernadero es un fenómeno natural que ha desarrollado nuestro planeta para permitir que exista la vida	<ul style="list-style-type: none"> Aumento de la temperatura media del planeta. Aumento de sequías en unas zonas e inundaciones en otras. Mayor frecuencia de formación de huracanes. Progresivo deshielo de los casquetes polares, con la consiguiente subida de los niveles de los océanos. 	Se llama así precisamente porque la Tierra funciona como un verdadero invernadero.

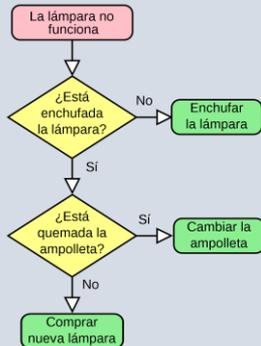
El aborto

Positivo	Negativo	Interesante
Se va a practicar en un lugar higiénico.	Toma el riesgo de no poder tener hijos en un futuro.	Es que si se aprueba la ley del aborto habría menos muertes, ya que se practicaría en un lugar seguro .
Evita la muerte prematura.	Le puede afectar psicológicamente.	Es mas rápido y no hay dolor.
Seguirá con una vida normal.	En la religión es un pecado.	
Evitará ser mama joven.	Puede que le de cáncer de mama, ovarios, etc.	

Te ayudan a describir procedimientos mediante símbolos concretos, se debe de identificar en tu diagrama de flujo: el inicio, el desarrollo y el cierre de un proceso dado.

7

Diagrama de flujo

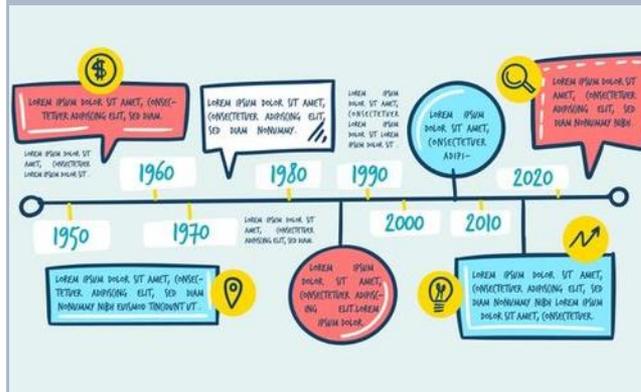


Gráficos procedimentales

Son figuras que se van distribuyendo sobre una línea (vertical u horizontal), las cuales nos ayudan a describir acontecimientos ocurridos en el tiempo con un orden cronológico establecido. Puedes colocar fechas, dibujos y datos precisos.

8

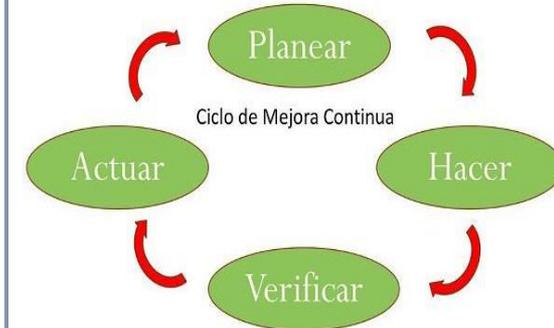
Línea del tiempo



Te ayuda a describir un procedimiento cronológico o por secuencia, puedes colocar formas y flechas en forma seriada, teniendo al final la forma de un círculo o un proceso secuencial

9

Mapa cognitivo de ciclos o de secuencias



Te ayudan a expresar las ideas principales de un texto, respetando las ideas del autor. Es una técnica para comprender tu lectura. Se inicia, subrayando ideas principales, para después escribirlas nuevamente en otro apartado mas simplificado.

10

Resumen

Breve historia del cacao

La palabra cacao procede de la azteca "cacahuatl". Según la leyenda, el cacao era el árbol más bello del paraíso de los aztecas, que le atribuían múltiples virtudes, calmar el hambre y la sed, proporcionar la sabiduría universal y curar las enfermedades.

Se sabe que los primeros árboles del cacao crecían de forma natural a la sombra de las selvas tropicales en las cuencas del Amazonas y del Orinoco, hace ya unos 4000 años. Los mayas empezaron a cultivarlo hace más de 2500 años.

El cacao simbolizaba para los mayas vigor físico y longevidad, lo usaban como medicina siendo recetado por sus médicos como relajante, como estimulante y como reconstituyente.

En 1502 Cristóbal Colón recibió, como ofrenda de bienvenida, armas, telas y sacos de unas habas oscuras que, en la sociedad azteca, servían a la vez de moneda y de producto de consumo.

Resumen

Este texto explica el origen azteca y la leyenda del cacao. A continuación el autor comenta su origen en las selvas tropicales y su cultivo por los aztecas. Además se habla de la simbología maya. Finalmente, el cuarto párrafo explica el uso comercial del cacao en la época de Cristóbal Colón.

Escritos

Es un depósito de más de 5 preguntas redactadas sobre un tema específico. Te sirven para poder responderlas y repasar de este modo tus apuntes, lecturas o conocimientos de temas variados.

11

Cuestionario

El campo es bonito.

En él se ve una rana que salta, un venado café, una lapa de colores y la pata Nela.

Lucía va con Tito al campo. Su tarea es cuidar los animales.

Contesto:

¿Cómo es el campo? _____

¿Qué animales hay en el campo? _____

¿Con quién va Lucía al campo? _____

¿Cuál es su tarea? _____

Te ayuda a expresar tus propias ideas, sobre un tema en particular, es la propia interpretación de lo que ya se aprendió o se comprendió. Debe llevar: introducción, desarrollo y conclusiones

12

Ensayo

Ensayo

La felicidad ¿alguna vez encontrada?

López Landa Luis Adrián

El autor Huxley, Aldous en el libro "Un mundo feliz", trata de explicar de manera interesante principalmente el tema de drogas cabe mencionar que introduce mas temas pero este es el que predomina ya que en este se habla de la relación encontrada entre la felicidad y las drogas.

Cuando escuchamos hablar de las drogas siempre se piensa lo peor se piensa que estas son las culpables del fracaso que los únicos que la consumen son personas que ya no le encuentran sentido a la vida, y e intentan olvidar sus problemas.

Se ha realizado este ensayo para observar los aspectos que relaciono el autor así como los temas abarcados en este tema de interés y de discusión.

Es así que el autor indica en esta novela los distintos temas pero en el caso de las drogas la llamada soma es la "principal fuente de felicidad" pero no lo es así porque la felicidad es alcanzada solo por algunos instantes y el abuso de "esta felicidad" hace que se llegue a la muerte como lo que paso en la novela el exceso de la soma ocasiono una muerte.

El autor nos redacta de manera interesante y precisa el drama de esta novela que se ve envuelta en distintos problemas y confusiones donde en un tiempo futuro donde la ciencia ha avanzado tanto que las investigaciones sobre el ser humano hablan alcanzado el punto de procrear a niños y clonar a la gente.

Este es un tema en el que se muestra el claro ejemplo de la relación que se hay entre un tema y otro ya que de este de este se da paso a otro tema y se da la relación de estas ideas.

Un tema curiosidad es el caso de si solo con las drogas se puede ser feliz con lo ya investigado y leído en la novela son dos antitesis diferentes ya que en la novela se crea que eso era la felicidad y en lo investigado no pero las dos llegan a la conclusión de que las drogas lo único que traen es muerte y destrucción.

A mí parecer esta novela lemo mi interés ya que mostraron distintos temas abarcados para hacer que el lector cada vez mas se involucre.

Hubo temas en donde existe una clara discusión y argumentación a tal punto que se llega a preguntar cual de las dos opiniones tiene la razón de acuerdo a lo leído con la novela y a lo investigado.

Bibliografía

Huxley, Aldous "Un mundo feliz" Colección Literaria Universal Editores Mexicanos Unidos S.A.México 2008 p.p. 199.



ANEXOS PARA EL ALUMNO



¡HOLA!

Los siguientes apartados los contestarás según te lo indique el colegio, ya sea por medio de tu tutor asignado o del maestro de tu módulo, ¡NO LOS LLENES TU SOLO!, espera las indicaciones por favor.



1. *Actividad de Construye T*
2. *Actividad Extracurricular*
3. *Orientación y tutorías para ti*
4. *Formato de Entrevista Individual de Tutorías*

Actividad de:

Construye T



Conoce T



Elige T



Relaciona T

Para ti



Genérica

1.1

"Yo soy yo
y mi circunstancia"
José Ortega y Gasset

¿Quién soy? Factores que conforman mi identidad

"Ese día sólo había una pequeña carta en el buzón, y era para Sofía. «Sofía Amundsen», ponía en el pequeño sobre. [...] En cuanto hubo cerrado la puerta de la verja, Sofía abrió el sobre. Lo único que encontró fue una notita, tan pequeña como el sobre que la contenía. En la notita ponía: ¿Quién eres? No ponía nada más. No traía ni saludos ni remitente, sólo esas dos palabras escritas a mano con grandes interrogaciones. Volvió a mirar el sobre. Pues sí, la carta era para ella."¹

Imaginate que, como Sofía, encuentras un sobre. Lo abres y solo hay una nota que dice: "¿Quién eres?" ¿Qué contestarías? Para comenzar a explorar esta pregunta, en esta lección vamos a identificar diversos factores que conforman tu identidad.

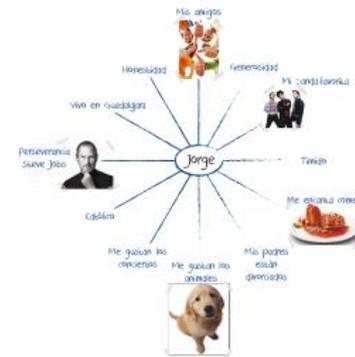
1. Jorge y Diana hicieron su mapa de identidad² y eligieron algunos elementos que los describen. Piensa cómo te describirías y construye tu propio mapa.

Mapa de identidad

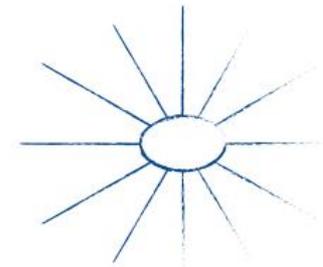


¹ El mundo de Sofía (García, 2012)

² Adaptado de la propuesta del programa "Facing History and Our Lives": <https://www.facinghistory.org/resource-library/identity-and-community/who-am-i>



Mi mapa de identidad



2. Si te sientes cómodo, comparte tu mapa con tus compañeros.



Actividad de:

Construye T



Conoce T



Elige T



Relaciona T

Para ti

3. Reflexionen sobre las siguientes preguntas:
 I. Cuando las personas se describen a sí mismas, ¿de qué hablan?

- II. ¿Para qué te sirve un mapa de identidad?

Resumen

En esta lección identificamos algunos aspectos que conforman tu identidad. Descubrir quién eres es un proceso interno que reúne diferentes aspectos de ti mismo: creencias, gustos, valores, metas y experiencias que te permiten relacionar lo que has vivido en el pasado con lo que puedes ser en el futuro.



Para tu vida diaria

Piensa qué elemento de tu mapa de identidad te parece el más importante. Explica por qué.

¿Quieres saber más?

Si quieres saber cómo es que Sofía respondió a la pregunta del sobre, lee el libro completo: Gaarder, J. (2011). *“El mundo de Sofía”*, novela sobre la historia de la filosofía. México: Patria.

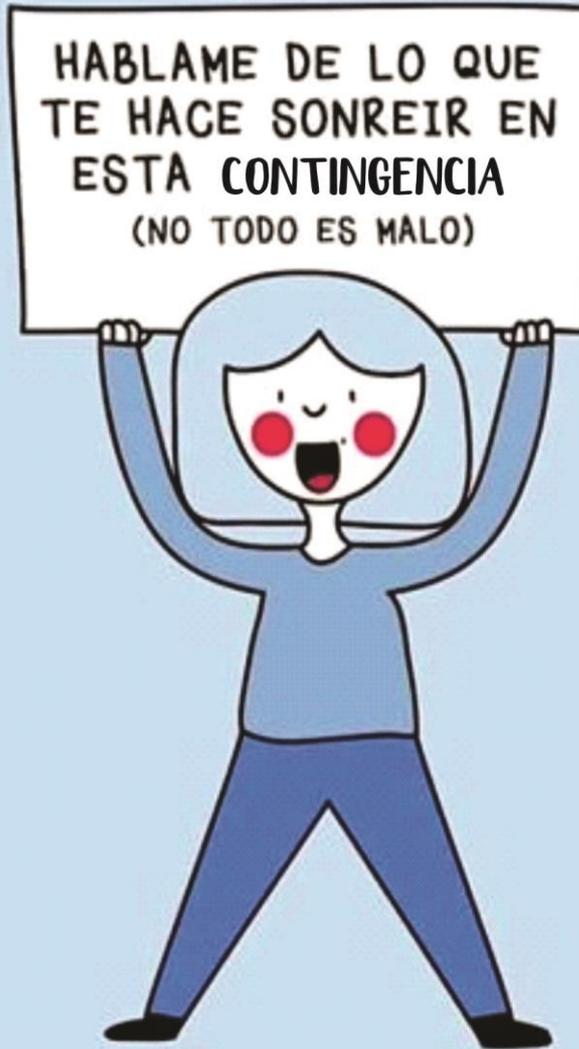
¿Sabes quién es Alejandra Acosta? Conócela en el video *“Cuando sabes quién eres, sabes lo que tienes que hacer”*, donde comparte su experiencia sobre cómo ha descubierto aspectos importantes de sí misma y lo que le importa en la vida. Puedes buscar en Youtube el vídeo con su título o [darle clic aquí](#).

Instrucciones:

Puedes realizar

- Una reflexión de media cuartilla
- Un collage con recortes o fotos (de tu familia, personas o lo que tu quieras compartir).

La puedes elaborar en el cuadernillo o enviarla según la línea de comunicación con tu maestro.



Tutorías

Para
el estudiante
CONALEP



ORIENTACIÓN Y TUTORIAS

Apoyo emocional y académico
Acompañamiento en situaciones
de crisis
(Personales, familiares o
sentimentales)

HORARIO DE ATENCIÓN: 11 am a 6 pm

Atención psicológica
psicopedagogia162@ver.conalep.edu.mx
escolares162@ver.conalep.edu.mx

Atención Académica
mtrollecadena162@ver.conalep.edu.mx
cjimenez162@ver.conalep.edu.mx

Orientación y Escuela para Padres
mhuesca162@ver.conalep.edu.mx



VERACRUZ
GOBIERNO
DEL ESTADO



SEV
Secretaría
de Educación

conalep
Veracruz

Código: 30-S24-PO-08-F12

elaboración:17/09/2019

Página 1 de 1

Revisión: 00

Fecha de

() Inicial – 1°

Entrevista Diagnóstica
() Seguimiento – 2°

() Evaluación – 3°

Datos del Plantel y personales del Alumno

(1) Plantel:	(2) Periodo:	(3) Fecha:	(4) Turno:
(5) Nombre:	(6) Matricula:	(7) Carrera:	(8) Grupo:
(9) Padre/Tutor:	(10) Cel:	(11) Domicilio:	
(12) Observaciones:			

Entrevista Diagnóstica

Marcar con una "X" la respuesta otorgada por el alumno y describe situaciones complementarias que permitan identificar la situación académica

1°	1.- ¿Conalep fue tu primera opción de ingreso al bachillerato? 2.- ¿Dé que subsistema o escuela vienes?	(SI) (NO) Por qué? _____ R= _____
2°,3° y 4°	3.- ¿Estás recursando algún módulo? ¿Cuál? 4.- ¿Tienes problemas con alguna materia en particular? ¿Cuál? 4.- ¿Eres alumno regular o de reingreso?	(SI) (NO) Cuál? _____ (SI) (NO) Cuál? _____ (R) (RI) Motivo? _____
General	5.- ¿Cuál es el área académica o módulo que se te dificulta? 6.- ¿Cómo es tu relación con tus compañeros? 7.- ¿Cómo es tu relación con tus maestros? 8.- ¿Existe alguna circunstancia personal o familiar que te perjudique en la escuela?	R= _____ Por qué? _____ (B) (R) Por qué? _____ (B) (R) Por qué? _____ (SI) (NO) Cuál? _____

(13) Diagnóstico de la Entrevista:

(14) ¿Se identifica como posible alumno en riesgo? (SI) (NO) ¿Por qué? _____

Nombre y firma del Tutor Escolar

Jefe de Formación Técnica

PRIMEROS AUXILIOS PSICOLÓGICOS CONALEP



Plantel 162 - Manuel Rivera Cambas - Xalapa, Ver.

Estimados estudiantes; les saludamos de la manera más cordial y les invitamos a no olvidarse de poner atención en sus necesidades y sentimientos. Consulten a las especialistas que están en la total disposición de apoyarles con toda confiabilidad y seguridad en los temas que pueden inquietarles en estos momentos que vivimos por resguardo ante el Covid-19. Pueden contactarnos a través del Portal Alumno de Conalep y/o en los números telefónicos del plantel. Cuidense mucho y esperamos no dejen a un lado esta valiosa información. Atentamente. Área de Orientación y Tutorías/ Área de Escolares.

Ingresa al Portal del Alumno para más información:

<http://alumno.conalep.edu.mx>

GENERAL

Manejo de espacios y cantidades, Davy Alejandro Pérez Chan, Book Mart, 1ª. Edición, 2015

Manejo de espacios y cantidades Meidys ali Garrido Domínguez, MX Grupo editorial, 1ª. Edición, 2016

Recurso digital

(<https://conceptodefinicion.de/numeros-reales/>)

(<https://www.lifeder.com/clasificacion-numeros-reales/>)

<https://www.problemasyequaciones.com/fracciones/operaciones/sumar-restar-multiplicar-dividir-numerador-denominador-problemas-ejercicios-resueltos.html>

<https://tics1hciencias.blogspot.com/2015/10/algebra.html>

<https://www.lifeder.com/teoria-de-conjuntos>

<https://es.plusmaths.com/clasificacion-de-las-expresiones-algebraicas.html>

https://www.ejemplode.com/5-matematicas/4926-sucesion_geometrica.html#ixzz6TzwKXj5P

<https://www.smartick.es/blog/matematicas/recursos-didacticos/razon-y-proporcion/>

https://sites.google.com/a/baudilioarce.com/matematicas-6/09-proporcionalidad_y_porcentajes/9-1-razon-y-proporcion

<https://www.sangakoo.com/es/temas/proporcion-directa-e-inversa>

<https://matematicasiesoja.files.wordpress.com/2018/08/potenciacion-y-radificacion.pdf>

<https://concepto.de/plano-cartesiano/#ixzz6V8GAxdrY>

CITADA

(1) , “De Seelbach, G. (2013). *Teorías de la personalidad. Recuperado de*

http://www.aliat.org.mx/BibliotecasDigitales/Psicologia/Teorias_de_la_personalidad.pdf”. Conalep, PROP-06. 2015. México

IMÁGENES

www.pixabay.com

Jesús Guillermo Arévalo Owseykoff

Director General del Colegio de Educación Profesional Técnica del Estado de Veracruz

José Antonio González Sampieri

Subcoordinador de Servicios Institucionales de Conalep del Estado de Veracruz

César Armin Sampieri Cabal

Jefe de Formación Técnica del Plantel Manuel Rivera Cambas 162 Xalapa

Karen Adriana Bustos Fajardo
Desarrollador del Cuadernillo

Alejandra Del Ángel López
María Mildret Méndez Solano
María Dolores Camacho Acosta
Coordinación del Proyecto de Cuadernillos
de Módulos de Formación Básica para Conalep

Areli Peternell Gómez
Angélica López Morgado
Marilú Rivas García
María de los Ángeles González Jarquín
Supervisión de Contenido



VERACRUZ
GOBIERNO
DEL ESTADO



SEV
Secretaría
de Educación

SEMSys
Subsecretaría de Educación
Media Superior y Superior



ME LLENA DE ORGULLO